SZAKKÖRI FOGLALKOZÁSOK MATEMATIKÁBÓL OSZTHATÓSÁG 7. ÉVFOLYAM

KÉSZÍTETTE: ANTAL KLÁRA

MATEMATIKA SZAKTANÁCSADÓ

Református Pedagógiai Intézet

1. FELADAT

Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek szorzata nulla?

<u>Megoldás:</u>

A számjegyek szorzata akkor és csak akkor lesz 0, ha van közöttük 0 jegy.

A százasok helyén nem állhat 0. Erre a helyre 9 számjegyből választhatunk, így 9 olyan szám van, amelyikben két 0 áll (100, 200,…,900).

Az egyetlen 0 állhat a tízesek helyén. Ekkor az első és a harmadik jegyet is, egymástól függetlenül 9 jegyből választhatjuk (a 0-tól különböző bármelyik számjegyet).

Így 9 x 9 = 81 olyan háromjegyű szám van, amiben az egyetlen 0 a középső helyen áll.

Az egyetlen 0 állhat az egyesek helyén, az utolsó számjegyként. Ekkor is a másik két helyre 9 x 9 szám bármelyike kerülhet. Így 9 x 9 = 81 egy nullát tartalmazó háromjegyű szám végződik 0-ra.

Tehát 9 + 81 + 81 = 171 olyan háromjegyű szám van, amelyben a számjegyek szorzata 0.

2. FELADAT

a) Ügyesen végezd el a szorzást! Mennyi a szorzatban a számjegyek összege?

$16 \cdot 625 \cdot 2^5 \cdot 125 \cdot 5^2 =$

$2^4 \cdot 5^4 \cdot 2^5 \cdot 5^3 \cdot 5^2 = 2^9 \cdot 5^9 = 10^9$

A számjegyek összege tehát $1 + 0 \cdot 9 = 1$

b) Három különböző prímszám összege 462. Melyik a legkisebb?

A prímszámok a 2 kivételével páratlanok.

3 db prímszám összege csak akkor lehet páros, ha egy db páros és két páratlan szám van köztük.

A legkisebb prímszám és az egyetlen páros is a 2.

Tehát a 3 db prímszám közül a legkisebb a 2.

3. FELADAT

Egy matematika szakkör részére 100 db füzetet és 90 db színes ceruzát vásároltak, ezeket szétosztották, minden szakkörös tanuló ugyanannyit kapott. Az elosztás után a füzetekből megmaradt 4 db, a ceruzákból 18 db. Mindkettőből kevesebb maradt, mint a szakkör létszáma.

Hány tanuló jár a matematika szakkörbe?

Megoldás:

A füzetből 100-4=96 db-ot, a ceruzából 90-18=72 db-ot osztott szét.

A 96 és 72 közös osztói közül kell keresni a szakkör létszámát.

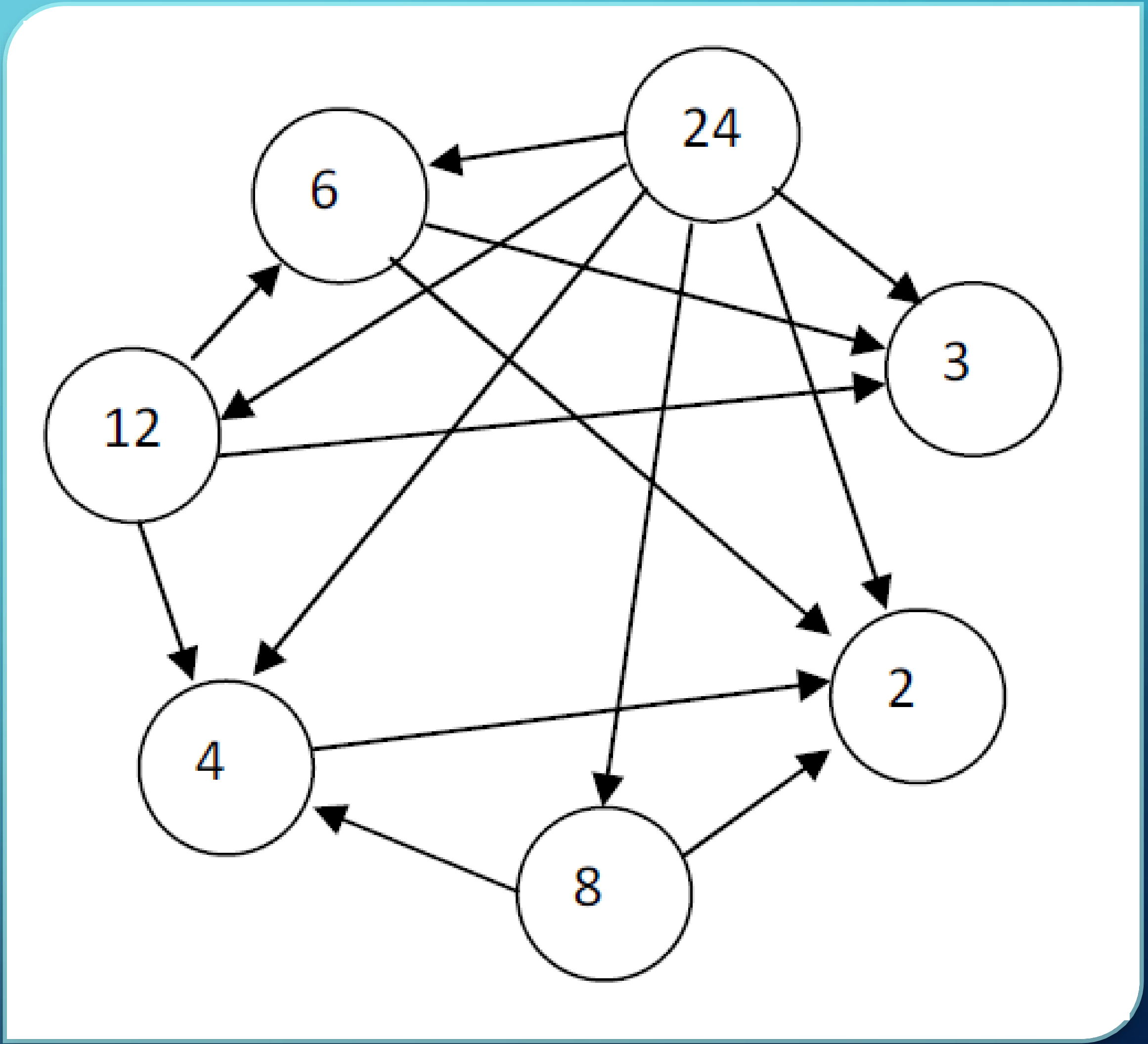
A közös osztók közül csak a 18-nál nagyobb jöhet számításba. (Más esetben nem lehetne a maradék 18.)

(96;72)=2 x 2 x 2 x 3=24

A többi közös osztó kisebb, mint 24, ezért a megoldás: **a szakkör 24 fős.**

4. FELADAT

Az ábrán a nyilak a számok valódi osztóira mutatnak. A nyilaknak megfelelően írj minden körbe egy-egy különböző, 30-nál kisebb számot!



5. FELADAT

Három szám közül az első kettő legnagyobb közös osztója 4; az első és a harmadik legnagyobb közös osztója 6; a második és a harmadik legnagyobb közös osztója 10. Melyek lehetnek ezek a számok, ha azt is tudjuk, hogy egyik sem lehet nagyobb 60-nál?

<u>Megoldás:</u>

A feltételek miatt az első számnak oszthatónak kell lennie 4-gyel és 6-tal, a másodiknak 4-gyel és 10-zel, a harmadiknak pedig 6-tal és 10-zel.

Ebből következik, hogy a számok törzstényezős alakjaiban elő kell fordulnia

első szám esetében $2 \cdot 2 \cdot 3$ – nak;

a második szám esetében $2 \cdot 2 \cdot 5$ – nek;

a harmadik szám esetében $2 \cdot 3 \cdot 5$ – nek.

Minden feltételnek megfelelnek a következő számhármasok:

a) 12; 20; 30

b) 12; 40; 30

c) 24; 20; 30

d) 36; 20; 30

e) 36; 40; 30

f) 48; 20; 30

Több számhármast nem találunk, mert nagyobb számok esetében a legnagyobb közös osztók is nagyobbak lennének a feltételekben adottaknál.

6. FELADAT

Melyik betű milyen számot jelent? Írd be a táblázatba!

2008^0 A=**1**	$\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ B= $-\frac{8}{27}$	27 és 81 legnagyobb közös osztója C = **27**	220 15%-ának az ellentettje D= **– 33**	Az előző négy szám szorzata A·B·C·D=**+ 264**
$-(2^2)^3$ a= **– 64**	A három legkisebb prímszám szorzata b= **30**	2008^1 c= **2008**	A pozitív háromjegyű számok száma d= **900**	(a –c) ·b – (–d)= **– 61260**

7. FELADAT

Legyenek p, q, r pozitív prímszámok, melyekre igaz: $p + 3q + 6r = 147$. Melyek lehetnek ezek a prímszámok?

<u>Megoldás:</u>

Tekintettel arra, hogy 3q, 6r, 147 egyaránt osztható 3-mal, ezért - mivel egy 3-mal osztható prímszám van - $p = 3$.

Tehát $3q + 6r = 144$

6r és 144 osztható 2-vel, ezért 3q is páros. Tehát $q = 2$.

$6r = 138$

$r = 23$

Ellenőrzés:

A megtalált számok prímszámok, valamint $3 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 23 = 147$

8. FELADAT

Igazak-e az állítások?

a) A 10 minden hatványa osztható 5-tel.

Igaz.

b) A 2 5 7 kártyákból kirakható 3 jegyű számok egyike sem osztható 5-tel.

Hamis, 275, 725

c) A 7 3 5 kártyákból kirakható 3 jegyű számok mindegyike osztható 5-tel.

Hamis, a nem 5 végűek nem oszthatók 5-tel.

d) Ha egy szám nem osztható 5-cel, akkor a jegyei felcserélésével kapott számok egyike sem osztható 5-tel.

Hamis. Csak akkor lehetne igaz, ha jegyei között nem szerepelne sem az 5, sem a 0.

e) Ha egy szám osztható 5-tel, akkor a jegyei felcserélésével kapott számok mindegyike osztható 5-cel.

Hamis. Csak akkor lenne igaz, ha jegyei között csak az 5 és a 0 szerepelne.

9. FELADAT

Hány olyan háromjegyű természetes szám van, melynek minden jegye prímszám, és a szám osztható ezekkel a számjegyekkel?

Megoldás:

Ha a számban szerepel a 3-as, akkor a háromjegyű szám csak úgy lesz 3-mal osztható, ha a másik két jegy $(2,7), (5,7)\ vagy\ (3,3)$

Ezen lehetőségek között két megoldás van: 333 és 735

Ha a számban szerepel a 2-es, az csak az utolsó jegy lehet.

A többi jegy a 2, 5 és 7 közül kerül ki (a 3-as szereplését már vizsgáltuk).

Az 5 csak utolsó jegy lehetne. Itt egy megoldás van: 222.

Már csak olyan számokat találhatunk, melyek az 5 és a 7 jegyekből épülnek fel. Az 555 és 777 számokon kívül más szám nincs.

Tehát a megoldások 222, 333, 555, 777 és 735.

10. FELADAT

Hány olyan háromjegyű természetes szám van, amelyet ha megszorozzuk a fordítottjával, ami szintén háromjegyű szám (azaz az $\overline{abc}$ számot megszorozzuk a $\overline{cba}$ számmal), eredményül olyan számot kapunk, amelynek pontosan a két utolsó számjegye 0?

Megoldás:

Ha a szorzat két utolsó számjegye 0, akkor osztható 100-zal.

Egyik tényező se lehet osztható 5-tel és 2-vel is, mert akkor az illető szám 0-ban végződne és a fordítottja nem lenne háromjegyű szám.

Következik, hogy az egyik szám osztható 25-tel és 2-vel nem osztható, a másik pedig 4-gyel osztható és 5-tel nem.

A 25-tel osztható és 2-vel nem osztható számok $a25$, illetve $a75$ alakúak lehetnek.

A fordítottjuk osztható 4-gyel, azok 24-re vagy 28-ra, illetve 72-re vagy 76-ra végződnek.

A keresett számok tehát: 425, 825, 275, 675, 524, 528, 572, 576, összesen 8 ilyen szám van.

VÉGE