

Kisérettségi témakörök és tematikus gyakorló feladatok matematikából

Készült a 8. évfolyam diákjai számára

Összeállította: Antal Klára szaktanácsadó

Tartalomjegyzék

Halmazok.....	3-4
Kombinatorika.....	4-5
Műveletek a racionális számok halmazában.....	6-7
Számelméleti ismeretek	8-9
Arányosság, százalékszámítás.....	10
Statisztika.....	11-13
Algebrai kifejezések, hatványozás.....	14-15
Függvények.....	16-18
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.....	19-21
Geometriai transzformációk.....	21-22
Síkbeli alakzatok.....	22-25

Halmazok

Követelmények: halmazok megadása, halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz. Két halmaz uniója, metszete, különbsége. Véges halmaz elemeinek a száma. Számhalmazok.

Feladatok

1. Az A halmaz az 5-re végződő kétjegyű pozitív egészek halmaza, a B halmaz pedig a kilenccel osztható kétjegyű pozitív egészek halmaza. Adja meg elemeik felsorolásával az alábbi halmazokat: A ; B ; $A \cap B$; $A \setminus B$

2. Az A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $A \setminus B = \{1; 4\}$ és $A \cap B = \{2; 5\}$.

Sorolja fel az A és a B halmaz elemeit!

3. Írja fel az $A = \{3; 6; 15; 28\}$ halmaz minden olyan részhalmazát, amelynek csak páros számok az elemei!

4. Az A halmaz elemei a 12 pozitív osztói. A B halmaz elemei a 15-nél kisebb (pozitív) prímszámok. Adja meg elemei felsorolásával az A , a B és az $A \setminus B$ halmazt!

5. Egy osztály tanulói valamennyien vettek színházjegyet. Kétféle előadásra rendeltek jegyet: az elsőre 18-at, a másodikra 24-et. 16 tanuló csak a második előadásra rendelt jegyet.

- Hány tanuló rendelt jegyet mindkét előadásra?
- Hány tanuló akart csak az első előadásra elmenni?
- Mennyi az osztály létszáma?

6. Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít.

Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja!

7. Egy 27 fős osztályban mindenki tesz érettségi vizsgát angolból vagy németből. 23 diák vizsgázik angolból, 12 diák pedig németből.

Hány olyan diák van az osztályban, aki angolból és németből is tesz érettségi vizsgát?

8. A táboriggelenél szombaton 148, hétfőn pedig 127 adag rántotta fogyott el. Sajtot vagy szalonnát lehetett kérni hozzá, és mindenki kért legalább az egyikből. Sajttal 161-en kérték, szalonnával pedig 145-en.

- Hány olyan rántotta fogyott, amelyiken sajt és szalonna is volt?
- Hány olyan rántotta fogyott, amelyiken csak sajt volt?

Ábrázold Venn-diagrammal!

9. A felső tagozatra 220-an járnak, nekik szerveztek színház- és mozilátogatást az első félévben.

Színházban 142-en, moziban 165-en voltak. 10 tanuló egyiken sem vett részt.

a) Készíts Venn-diagramot az adatokról!

b) Hányan voltak színházban és moziban is?

c) Hányan mentek csak moziba?

10. Legyen az A halmaz a 24 pozitív osztóinak, a B halmaz pedig a 20 pozitív osztóinak a halmaza.

a.) Készíts halmazábrát és írd be A és B elemeit a megfelelő helyre!

b.) Add meg a $B \setminus A$ halmazt!

c.) Hány elemű az $A \cup B$ halmaz?

Kombinatorika

Követelmények: egyszerű sorbarendezési feladatok.

1. Hány különböző háromjegyű pozitív szám képezhető a 0, 6, 7 számjegyek felhasználásával?
2. Kata kódja az iskolai számítógépteremben egy négyjegyű szám. Elfelejtette a kódot, de arra biztosan emlékszik, hogy a kódja a 2; 2; 4; 4 számjegyekből áll.

Mely számokkal próbálkozzon, hogy biztosan beléphessen a hálózatba?

3. Annának kedden 5 órája van, mégpedig matematika (M), német (N), testnevelés (T), angol (A) és biológia (B). Tudjuk, hogy a matematikaórát testnevelés követi, és az utolsó óra német.

Írd le Anna keddi órarendjének összes lehetőségét!

4. Egy 7-tagú társaságban mindenki mindenkiel egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt?
5. Anna, Bori és Cili moziba mennek. Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé?
6. Négy különböző gyümölcsfából egyet-egyét ültetek sorban egymás mellé: almát, körtét, barackot és szilvát. Tudom, hogy barackfa nem kerülhet a sor szélére.

Hányféleképpen helyezhetem el a fákat?

7. Négy gombóc fagyalaltot vásárolunk tölcsérbe: egy csokoládét, egy vaníliát, egy puncsot és egy eperízűt. Hányféle olyan sorrendje lehetséges ennek a négy gombócnak, amelynél **nem** a csokoládé a legelső?

8. A

2	0	1	2
---	---	---	---

 számkártyákból számokat készítünk. Sorold fel az összes olyan 120-nál nagyobb, de 220-nál kisebb számot, amely kirakható ezekből a számkártyákból!

9. Luca (L), Krisztina (K), Angéla (A) és Nóra (N) 400 méteres futásban mérték össze az erejüket. A verseny után a következőket mondták el a barátjuknak, Rékának (aki nem látta a versenyt): Sem Luca, sem Angéla nem lett utolsó, sem Krisztina, sem Nóra nem lett első. Milyen sorrendben érkezhettek a célba, ha nem volt holtverseny? Írd a táblázat mezőibe a versenyzők nevének kezdőbetűit a feltételnek megfelelő valamennyi lehetséges sorrend szerint! Egy

lehetséges sorrendet előre beírtunk a megoldások táblázatába. Lehet, hogy a bekeretezett részben több táblázat van, mint ahány megoldás lehetséges.

1. L	2. A	3. K	4. N	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.
1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.
1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.

- 10.** Marcit elküldte az anyukája a cukrászdába három szelet rétesért, s csupán azt kérte tőle, hogy ne legyen mind a három szelet egyforma ízesítésű. Marci a cukrászda hűtőpultján 1 szelet almás rétest (A), 7 szelet túrós rétest (T) és 12 szelet meggyes rétest (M) talált. Írd a táblázat mezőibe a rétesek betűjelét annak megfelelően, hogy Marci milyen összeállításokat választhatott, ha tekintettel volt anyukája kérésére. Két eset nem különbözik, ha a kiválasztott rétesek csak sorrendjükben különböznek egymástól. Lehet, hogy a bekeretezett részben több táblázat van, mint ahány megoldás lehetséges.

- 11.** Sorold fel a 0; 1; 2; 3; 5 és 7 számjegyek felhasználásával felírható összes olyan 4-gyel osztható, különböző számjegyekből álló, háromjegyű természetes számot, amelyben a számjegyek balról jobbra haladva nagyság szerint csökkenő sorrendben követik egymást!
- 12.** Ilonka néni öt, egymás melletti ágyás közül kettőbe salátát (S), háromba paprikát (P) szeretne ültetni úgy, hogy két szomszédos ágyásba ne kerüljön saláta. Például:

S	P	S	P	P
---	---	---	---	---

Keresd meg a megadott példától eltérő és a feltételeknek megfelelő összes lehetséges beültetést! Írd be az alábbi ábrákba a saláta (S) és a paprika (P) betűjelét! (Lehet, hogy több ábra van, mint ahány különböző eset.)

Műveletek a racionális számok halmazában

Követelmények: Zárójelek felbontása, műveletek sorrendje. Számolás törtekkel. Alapműveletek, műveletek tulajdonságai.

Feladatok:
1.

Határozd meg az a , b , c értékét, ha

a) $\frac{a}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$;

b) $5b = \frac{8}{25}$;

c) $c + 2 = (-7) + (-13) - (-24)$!

2. Végezd el a következő műveleteket! $\frac{4}{15} : \frac{7}{10} - \frac{1}{3} \cdot 4 - \left(-\frac{3}{7}\right) =$

3.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{A}{42}$

$A =$

b) $B =$ az $\frac{1}{7}$ tizedestört alakjában a tized, század, ezred helyiértéken álló számjegyek összege.

$B =$

c) $C = \frac{18}{3 \cdot (3+3)} =$

d) $D = 18 : 3 \cdot (3+3) =$

e) Karikázd be a helyes reláció jelet! $C \leq D$

4. Végezd el a következő műveleteket! a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} : 2 =$ b) $\left(1\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{5}{22} =$

5. Számítsd ki az eredményt! Ügyelj a műveletek sorrendjére!

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} : 2 - \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{5}{8} =$$

6. Számítsd ki az eredményt! Ügyelj a műveletek sorrendjére!

$$5 : \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) =$$

7. Végezd el a következő műveleteket!

$$\frac{5}{12} : \frac{15}{8} - \frac{1}{4} \cdot 3 - \left(-\frac{5}{9}\right) =$$

8. Számold ki a következő műveletsor eredményét! $\frac{1}{5} \cdot \left[-\frac{3}{10} - \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2}\right) : 3\right] - \frac{3}{4} =$

9.

Végezd el a műveletet!

$$\left(-\frac{5}{6} - (-0,5) + \frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10} + 0,75\right)$$

10. Számítsd ki a következő műveletsorok eredményeit !

a) $12 - 4 \cdot [2 - (-3 + 5) - 8] =$

b) $4^2 - [2 \cdot (3 - 6) + (-2)^3] =$

c) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) =$

d) $\left(\frac{7}{8} + \frac{3}{4}\right) \cdot 5 - \frac{7}{6} + \frac{1}{2} : 2 =$

e) $\frac{7}{6} - \left[\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{8}{9}\right] + 1 =$

11. Számold ki!

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7};$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$

12.

a) A = a legnagyobb páros kétjegyű számot csökkentsd a felével!

A =

b) B = a 240-nek az 50%-át növeld a 80-nak a 25 %-ával!

B =

c) $C = \frac{7}{24} + \frac{17}{24} \cdot \frac{1}{17}$

C =

d) $D = (-24) + (-12) \cdot (-2) + (-13) \cdot (-1)$

D =

Számelméleti ismeretek

Követelmények: osztó, többszörös, prímszám, összetett szám. Természetes számok prímtényezőkre bontása, adott számok legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének kiszámítása, egyszerű szöveges feladatok megoldásában való alkalmazása. Relatív prím számpár. 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályok, egyszerű oszthatósági feladatok.

Feladatok:

- Add meg a 24 egyjegyű pozitív osztóinak halmazát!
- Sorold fel a 2010-nek mindazokat a pozitív osztóit, amelyek prímszámok!
- Adottak a következő számok: $a = 2^3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11^4$ és $b = 2 \cdot 5^2 \cdot 11^3 \cdot 13$.
Írd fel a és b legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! A kért számokat elegendő prímtényezőss alakban megadni.
- Az $N = 437y51$ hárommal osztható hatjegyű számot jelöl a tízes számrendszerben.
Add meg az y számjegy lehetséges értékeit!
- Mennyivel nagyobb a 126 és a 450 legkisebb közös többszöröse a legnagyobb közös osztójuknál?
- Add meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
A: Ha egy pozitív egész szám osztója 24-nek, akkor osztója 12-nek is.
B: Ha egy pozitív egész szám osztható 12-vel, akkor osztható 6-tal is.
C: Ha egy pozitív egész szám osztható 2-vel és 4-gyel, akkor osztható 8-cal is.
- Szeretnénk megkeresni azokat a 0-t is tartalmazó háromjegyű pozitív egész számokat, melyben van két azonos számjegy!
a) Sorold fel a 3-assal kezdődő, ilyen tulajdonságú számokat!
b) Hány olyan 0-t is tartalmazó háromjegyű szám van, melyben van két azonos számjegy?
Indokold válaszodat!
c) Az előző pontban kapott számok közül hány darab osztható 4-gyel? Indokold válaszodat!
- Határozd meg a p , q és r értékét!
 $p = a$ kettő harmadik hatványa
 $q = a$ legkisebb páratlan prím
$$r = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 + \frac{4}{4}}$$

a) $p = \dots\dots\dots$ b) $q = \dots\dots\dots$ c) $r = \dots\dots\dots$

d) Számítsd ki a következő kifejezés értékét!

$$s = \frac{2q + p}{3} : r$$

$$s = \dots\dots$$

9. Határozd meg az 600 és a 360 legnagyobb közös osztóját, illetve legkisebb közös többszörösét, majd ezek ismeretében

a. egy lépésben egyszerűsítsd a $\frac{600}{360}$ törtet;

b. végezd el az $\frac{1}{360} - \frac{1}{600}$ kivonást!

10. Egy 170 fős rendezvény előkészületeinél díszítik az asztalokat. Minden harmadik tányér mellé díszítő kis virágcsokrot, minden ötödik mellé díszgyertyát tesznek.

Hány olyan tányér van, amely mellett mindkét fajta dísz van?

11. Hány db kétjegyű páros szám képezhető a 4; 3; 7; 0 számkártyákból? Sorold fel a számokat!

12. Milyen számokat írhatunk a $\overline{1365A2}$ számban a betűk helyére, hogy osztható legyen

a) 3-mal,

b) 4-gyel?

13. Hány különböző összetett szám képezhető az 1; 3; 5; 6 számok összeszorozásával, ha minden számot legfeljebb egyszer lehet felhasználni?

Sorold fel a szorzatokat ennek alapján!

14.

Döntsd el, hogy igazak vagy hamisak az alábbi állítások! (I vagy H)

a) Egy szám akkor osztható 4-gyel, ha a számjegyeinek összege osztható 4-gyel.

b) Ha egy szám osztható 4-gyel és 6-tal is, akkor osztható 24-gyel.

c) Ha egy szám osztható 24-gyel, akkor osztható 4-gyel.

d) Ha két szám mindegyike osztható 5-tel, akkor a különbségük is osztható 5-tel.

e) Ha két szám közül egyik sem osztható 7-tel, akkor biztos, hogy az összegük sem osztható 7-tel.

15. Sorold fel az 1; 2; 5; 6 számkártyákból képezhető háromjegyű, hárommal osztható számokat! Hány ilyen van?

16. Egy iskolai úszóversenyen Laura 24 másodperc, Eszter 30 másodperc alatt úszott végig egy hosszt a 25 méteres medencében. (Feltételezzük, hogy végig egyenletes sebességgel haladtak.)

a) Az indulástól számítva hány méter úszott Laura 120 másodperc alatt?

b) Az indulástól számítva hány másodperc múlva találkoztak először a rajtkőnél? (oda vissza hossz 50 m)

c) Hányszor érkeztek egyszerre a rajtkőhöz, ha 500 métert úsztak?

Arányosság, százalékszámítás, szöveges feladatok

Követelmények: egyenes és fordított arányosság definíciója, arányossági feladatok, arányos osztás. Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.

Feladatok:

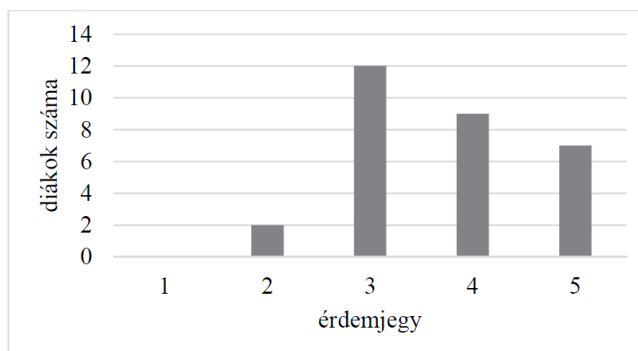
1. Egy kereskedő a téli vásárra az egyik kabát árát csökkentette 20%-kal, így ez az áru a vásár ideje alatt 4800 Ft-ba került. Válaszolj a következő kérdésekre, és írd le a megoldás menetét!
 - a) Mennyi volt ennek a kabátnak az ára a vásár előtt?
 - b) Hány százalékkal kell emelnie a kereskedőnek a kabát vásári árát, ha ismét a vásár előtti áron szeretné árusítani?
2. Két pozitív szám aránya 9 : 5. Ha a nagyobb számból kivonjuk a kisebbet, akkor 120-szal kisebb számot kapunk, mint a két szám összege. Melyik ez a két szám? Írd le a számolás menetét is!
3. Egy háromfordulós matematikaverseny első fordulójából az indulók 85%-a nem jutott tovább. A második fordulóra jutottak 8%-át hívták be a döntőbe. Hányan indultak a matematikaversenyen, ha a döntőben huszonnégyen versenyeztek? Írd le a számolás menetét is!
4. Gondoltam egy számot, a kétszereséhez hozzáadtam a gondolt szám 30%-át és még négyet. A kapott számot megszoroztam négygel, és eredményül 154-et kaptam. Melyik számra gondoltam?
5. Zsófi két könyvet vásárolt, és összesen 6400 forintot fizetett. Az első könyv ára 400 forinttal volt több, mint a második könyv árának kétharmad része. Mennyi a két könyv ára külön-külön?
6. Egy forró nyári hétvégén egy népszerű hazai üdülőhely strandján összesen 32 000 ember fordult meg. Ezen a hétvégén a strandolók 40%-a külföldi volt, a külföldiek 45%-a volt gyerek. A magyar fürdőzők között 9600 gyerek volt.
 - a) Hány magyar és hány külföldi fürdővendég fordult meg ezen a strandon?
 - b) Mennyi volt a strandoló gyerekek és felnőttek számának aránya?
7. Egy osztály három napra 60 km-es túrát tervezett úgy, hogy a naponta megteendő utak aránya 5:4:3 legyen. Hány kilométert tettek meg naponta?
8. Két szám úgy aránylik egymáshoz, mint 7:8. Melyik ez a két szám, ha az összegük 900?
9. Melyik az a két szám, amelynek aránya 7:5, különbsége 100?
10. Egy téglalap két szomszédos oldalának aránya 5:3. Mekkora a téglalap területe, ha kerülete 600 cm?
11. Egy háromszög kerülete 27,6 cm. Mekkora az oldalai, ha a b oldal $\frac{4}{3}$ -ad része az a oldalnak, a c oldal pedig $\frac{5}{4}$ része a b oldalnak ?
12. Ha 6 db citrom ára 180 Ft, akkor mennyibe kerül 15 db citrom ? Hány citrom kerül 330 Ft-ba?
13. Egy öltönyhöz $2\frac{2}{3}$ m szövet szükséges. 40 m szövetből hány öltöny készíthető, és mennyi szövet marad meg?
14. Hány darab 7 dl-es üvegbe tölthető át 42 db 5 dl-es üveg gyümölcslé?
15. Ha egy egyenletesen haladó vonat 1 óra 4 perc alatt 80 km-t tesz meg, mekkora utat tesz meg $\frac{3}{5}$ óra alatt?
16. Pál 800 ausztrál dollárt átváltott USA-dollárba, és 450 \$-t kapott. Péter mennyi ausztrál dollárt kapna ugyanolyan árfolyamon 560 \$-ért?
17. Hány óra alatt ásná fel 6 munkás azt a kertet, amelyet 14 munkás 18 óra alatt ás fel?
18. 3200 Ft-ból 20 kg szőlőt vásároltam. Mennyibe kerül ugyanebből a szőlőből 10 kg; 40 kg; 7,5 kg?
19. Ha 12 teherautó 600 km-es úton 1296 liter üzemanyagot fogyasztott, akkor mennyit fogyaszt 10 ugyanolyan teherautó 800 km-es úton?

Statisztika

Követelmények: adathalmaz táblázatba rendezése, feldolgozása. Kördiagram és oszlopdiagram készítése. Adott diagramról információk leolvasása.

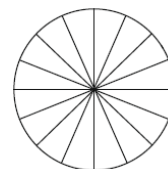
Feladatok

- 2016-os nyári olimpián a magyar sportolók 8 arany, 3 ezüst és 4 bronzérmét szereztek.
Készíts kördiagramot, amely az érmek eloszlását szemlélteti!
- A fizika órai tanulókísérlet egy tömegmérési feladat volt. A mérést 19 tanuló végezte el. A mért tömegre gramm pontossággal a következő adatokat kapták: 37, 33, 37, 36, 35, 36, 37, 40, 38, 33, 37, 36, 35, 35, 38, 37, 36, 35, 37.
 - Készítsd el a mért adatok gyakorisági táblázatát!
 - Mennyi a mérési adatok átlaga gramm pontossággal?
 - Készíts oszlopdiagramot a mérési eredményekről!
- Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról.



- Add meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát!
 - Ábrázold az érdemjegyek eloszlását kördiagramon!
- A nyolcadik évfolyam 64 diákja szeptember végére elolvasott egy-egy regényt a kötelező olvasmányok listájáról. Táblázatban rögzítettük, hogy melyik regényt hányan olvasták el.
 - A táblázat adatairól készíts kördiagramot, de előtte töltsd ki a táblázat negyedik oszlopát! Azokat a számokat kell beírnod, amely megadja fokban, hogy mekkora középponti szögű körcikkkel kell ábrázolni a diagramon az adott regény olvasóinak számát.

I.	Légy jó mindhalálig	8 fő	
II.	Ábel a rengetegben	16 fő	
III.	Abigél	12 fő	
IV.	Kétévi vakáció	28 fő	



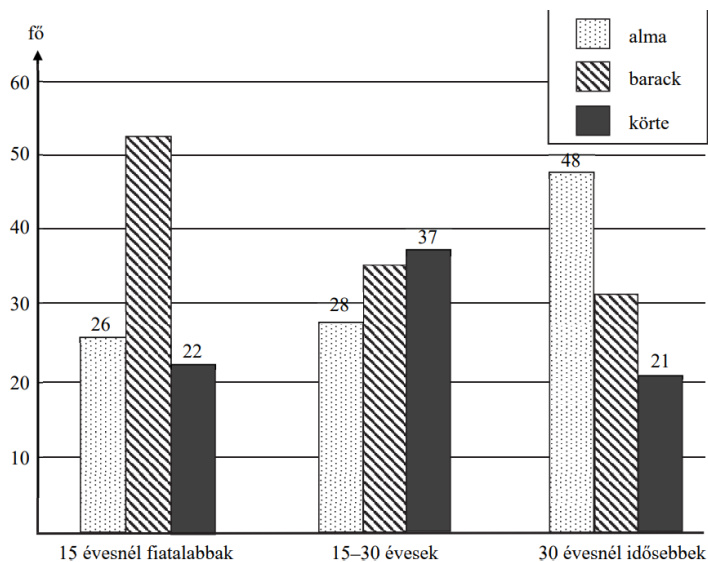
- b) A következő kérdésekre regénycímmel kell válaszolnod. Lehet, hogy több regény is helyes válasz lehet!

Melyik regényt olvasta az évfolyamnak több, mint a negyede?

Melyik regényt olvasta az évfolyam legfeljebb 20 %-a?

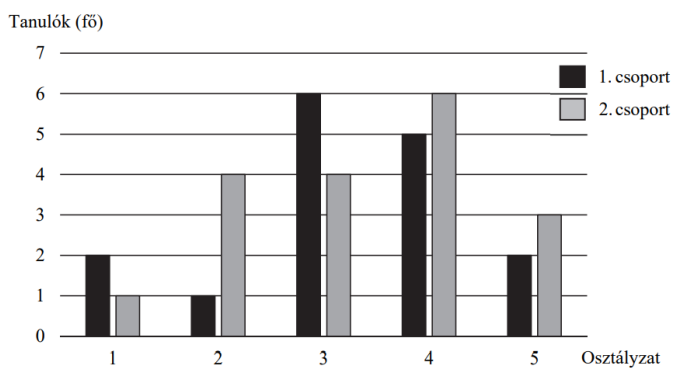
Melyik két regényről van szó, ha az évfolyam $\frac{5}{8}$ része olvasta valamelyiket?

5. Egy közvélemény-kutatás során három korosztályból 100-100 embert kérdeztek meg arról, hogy az alma, a barack és a körte közül melyik gyümölcsöt szeretik leginkább. A válaszok eloszlása az alábbi oszlopdiagramon látható.

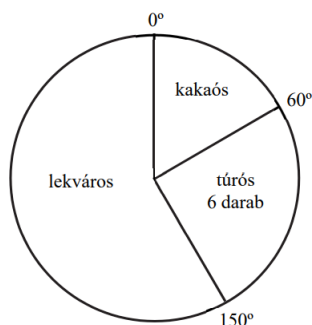


- Melyik korosztályban szeretik legnagyobb arányban az almát a megkérdezettek?
- Hány fő mondta az egyes korosztályokban, hogy a barackot szereti legjobban?
- A körtét legjobban kedvelők hány százaléka fiatalabb 15 évesnél?

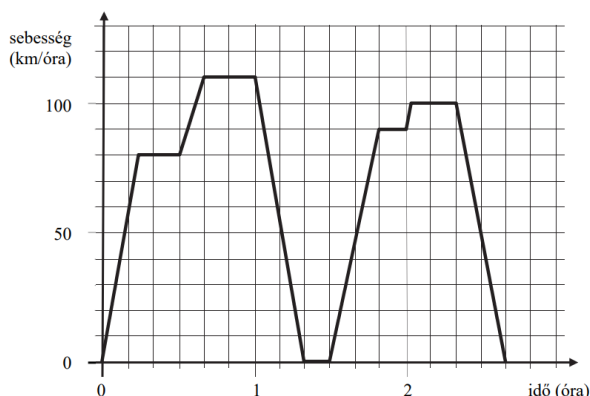
6. Két tanulócsoporthoz matematikadolgozatának eredményeit mutatja az alábbi diagram.



- Melyik osztályzattól született a legtöbb a két csoportban összesen?
 - Hányan szereztek legalább hármas osztályzatot a 2. csoportban?
 - Számítsd ki az 1. csoport tanulói által szerzett osztályzatok átlagát!
7. Béci a barátaival palacsintázni ment, hogy megünnepeljék a sikeres matematikadolgozatot. Háromféle palacsintát rendeltek, lekvárosat, túrósat és kakaósat. Béci a megrendelt palacsinták darabszámát az alábbi kördiagramon ábrázolta.



- Hány palacsintát rendeltek összesen?
 - Hány kakaós palacsintát rendeltek?
 - Mennyit fizettek összesen, ha egy lekváros palacsinta 200 forintba, egy túrós palacsinta 210 forintba és egy kakaós palacsinta 150 forintba kerül?
8. Az alábbi grafikon egy InterCity vonat egy útja során mért sebességét ábrázolja az idő függvényében.



- Hány km/óra volt a vonat legnagyobb sebessége?
- Az indulás után hány perc múlva állt meg először a vonat?
- Hány kilométert tett meg a vonat a menetidő második órájának utolsó 10 percében?

Algebrai kifejezések, hatványozás

Követelmények: egyszerű műveletek algebrai kifejezésekkel, összevonás, szorzás, osztás. Algebrai kifejezések helyettesítési értékének meghatározása. Egész kitevőjű hatványozás, azonosságok alkalmazása. Számok normálalakja. Négyzetgyök fogalma.

Feladatok

1. Számítsd ki a következő kifejezés helyettesítési értékét!

$$a = \frac{1}{3}, \quad b = -\frac{1}{2}, \quad c = 2. \quad 1 - 6a + 6bc^2$$

2. Számítsd ki az alábbi kifejezés értékét! Hatványokkal számolj és a végeredményt hatványalakban add meg!

$$\frac{2^5 \cdot (3^2 \cdot 5)^3}{(2^4 \cdot 5^2)^4} \cdot \left(\frac{2^3}{3^5}\right)^6 =$$

3. Határozd meg az $\frac{1,8 \cdot 10^4 \cdot 2,1 \cdot 10^{-3}}{5,4 \cdot 10^{-9}}$ szám normál alakját!

4. Végezd el a szorzásokat, majd a lehetséges összevonásokat! Az eredményt rendezett alakban add meg!

$$(x-1) \cdot (x-1) - (2x+1) \cdot (2x-1) + 3x^2 =$$

5. Írd fel a következő számot 2 hatványként!

$$\frac{16^3 \cdot 8^{-2} \cdot 2^6 \cdot 4^{-3}}{32^3 \cdot 64^{-2}} =$$

6. A hatványozás azonosságai alapján számológép használata nélkül add meg a következő tört értékét!

$$\frac{28^2 \cdot 49^{-1}}{27^{-2} \cdot 36^3} =$$

7. Számológép használata nélkül végezd el a következő műveleteket!

$$\left(\frac{(2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^6)^2}{(2 \cdot 3 \cdot 5^4)^3}\right)^{-1}$$

8. Írd le egyenként az alábbi kifejezéseket egyetlen szám, nem negatív kitevős hatványként, majd számítsd ki a kifejezések értékét!

a) $2^4 \cdot 2^2 =$

b) $\frac{5^{10}}{5^{12}} =$

c) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$

9. Számítsd ki a következő szorzatok értékét!

a) $-3^2 \cdot (-2)^3 =$ b) $(-1)^4 \cdot (-5)^0 =$ c) $-5^2 \cdot (-3)^2 =$ d) $(-2)^4 \cdot 3^2 =$

10. Írd fel a számokat 2 hatványként!

$1 = \dots\dots\dots 8 = \dots\dots\dots 32 = \dots\dots\dots 2^3 \cdot 4^5 = \dots\dots\dots$

11. Mennyi az alábbi hatványok értéke?

$2^4 =$ $-5^2 =$ $(-3)^3 =$ $\left(\frac{1}{4}\right)^3 =$

12. Végezd el a zárójelfelbontásokat és a lehetséges összevonásokat!

a) $2a - 4b + (a - 2) - (5 - b) =$

b) $4(x - 0,4y) - 2x + 4x(3 - y) =$

c) $(a - 2)(3b - 2,5a) - a^2 =$

13. Írd a számokat normálalakba, majd végezd el a műveleteket! A végeredményeket is normálalakban add meg!

a) $0,0031 \cdot 0,00014 =$

b) $0,000138 \cdot 24000 =$

c) $1280000^2 =$

14. Prímtényezőss felbontás és a hatványozás azonosságainak felhasználásával egyszerűsítsd a következő kifejezést :

a) $\frac{2^{-6} \cdot 14^5}{35^4} =$

b) $\frac{8^2}{5^{-3} \cdot 10^6} =$

Írd fel prímhatalványok szorzataként a következő számot!

c) $24^2 \cdot 42^3 \cdot 12^2 \cdot 28 \cdot 18^3 =$

15. Egy kör területe $30,2 \text{ cm}^2$. Mekkora a kör sugara és kerülete?

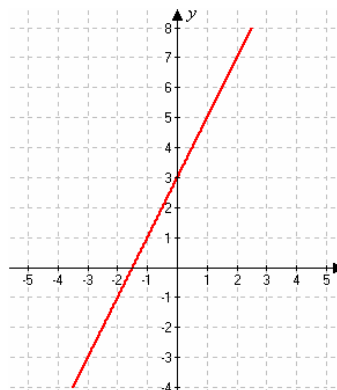
Függvények

Követelmények: függvények ábrázolása értéktáblázat alapján, adatok leolvasása grafikonról. Lineáris függvények ábrázolása.

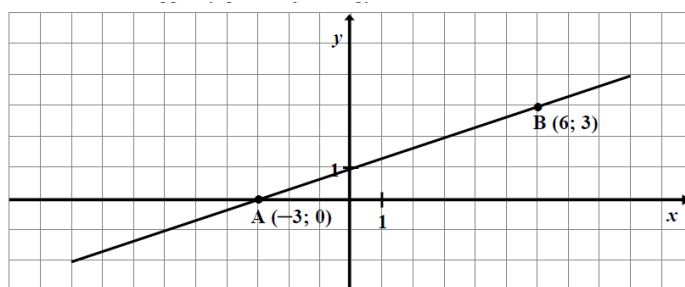
Feladatok:

1. Melyik az ábrán látható egyenes egyenlete az alábbiak közül?

- A) $y = 2x + 3$.
 B) $y = -2x + 3$.
 C) $y = 2x - 1,5$.
 D) $y = 2x - 3$.



2. Írd fel az alábbi lineáris függvény grafikonjának egyenletét!

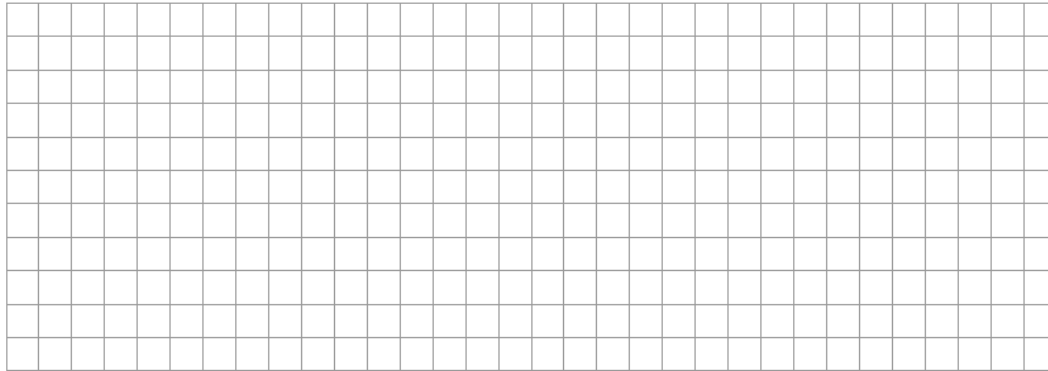


3. Ábrázold az $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ függvényt a $[-2; 10]$ intervallumon!
4. A valós számokon értelmezett függvény hozzárendelési utasítása: $x \mapsto -2x + 4$.
- a) Állapítsa meg, hogy hol metszi a függvény grafikonja a derékszögű koordinátarendszer y tengelyét!
- b) Melyik számhoz rendeli a függvény a 6 függvényértéket?
5. Hol metszi a koordinátatengelyeket az $x \mapsto -2x + 6$ ($x \in \mathbf{R}$) függvény grafikonja?
6. Adott a $[-2; 4]$ zárt intervallumon értelmezett f függvény: $x \mapsto -\frac{1}{2}x + 4$
- a) Mit rendel az f függvény az $x = -\frac{3}{4}$ számhoz?
- b) Ábrázolja az f grafikonját! Adja meg az f értékkészletét!

7.

a) Ábrázold a megadott függvényt koordináta-rendszerben!

$$f : x \mapsto \frac{2}{3}x + 1$$



b) Mekkora a függvény meredeksége?

c) Csökkenő vagy növekvő a függvény?

d) Párhuzamos-e a függvény grafikonja a $g : x \mapsto 2x + 1$ egyenessel? Válaszod indokold!

8. a) Számítsd ki az $f(x) = -\frac{3}{2}x + 1$ függvény helyettesítési értékét az $x = 1$ és $x = -1$ helyen!

b) Ábrázold az f függvény grafikonját!

c) Mekkora a függvény meredeksége? Csökkenő vagy növekedő a függvény?

d) Add meg a következő pontok hiányzó koordinátáit úgy, hogy rajta legyenek az f grafikonon:

$$A(4, \square), \quad C(\square; 6)$$

9. Vizsgáljuk meg az $f : x \mapsto -4x + 6$ függvényt!

a) Ábrázold a függvény grafikonját koordináta-rendszerben!

b) Mennyi a függvény meredeksége?

c) Hol metszi az x tengelyt?

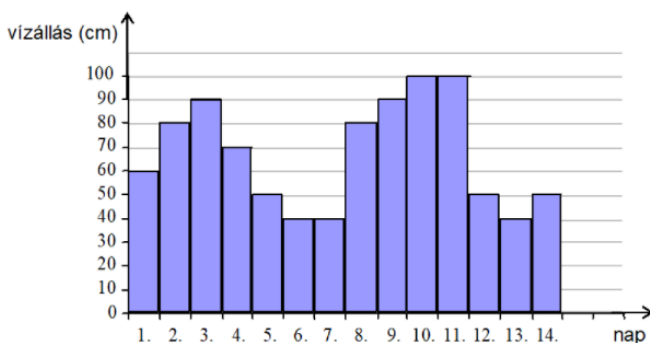
d) Hol metszi az y tengelyt?

e) A felsorolt pontok rajta vannak a függvény grafikonján. Add meg a hiányzó koordinátáikat!

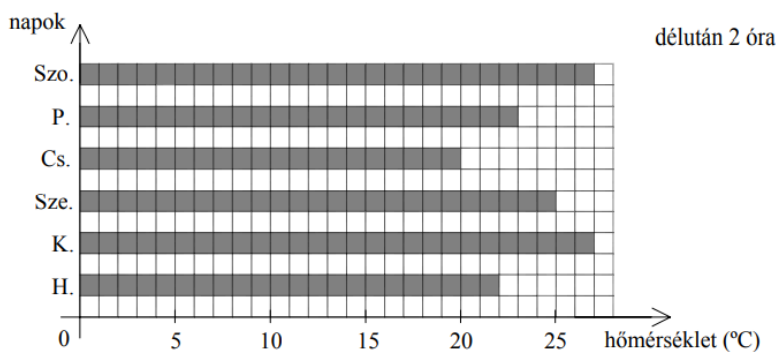
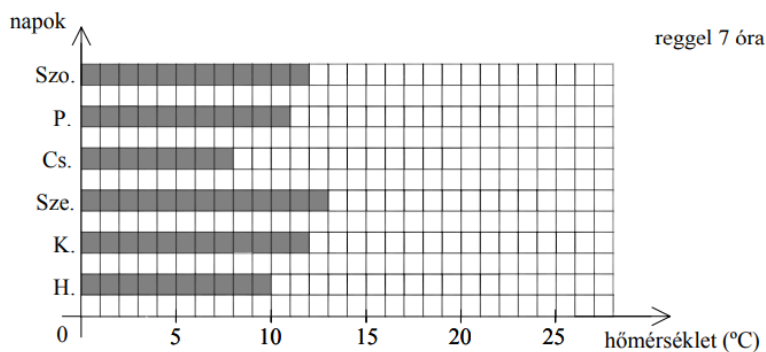
$$A(-2; \dots); \quad B(1; \dots); \quad C(\dots; -14); \quad D(\dots; 6)$$

f) Rajta vannak-e a grafikonon a $P(10; -34)$ és a $Q(-5; 22)$ pontok?

10. Egy gátör minden este leolvassa a Duna vízszintjét, és az értékeket oszlopdiagramon ábrázolja. Április első két hetében a következő grafikont készítette:



- Mely napokon volt a legalacsonyabb a vízszint ebben az időszakban?
 - Hány napon volt a vízszint magasabb az előző napinál?
 - Mekkora volt a legnagyobb vízszintkülönbség április első két hetében?
 - Mekkora volt 4-étől 8-áig (öt nap) a vízszint átlaga?
 - Melyik napon észlelte a gátör a legnagyobb vízszintváltozást?
11. Péter szeptember első hetében megmérte a levegő hőmérsékletét az erkélyen reggel 7 órakor és délután 2 órakor. Az eredményekről a következő grafikonokat készítette:



- Mekkora volt a legnagyobb különbség a reggeli hőmérsékletek között?
- Hány °C volt a hat nap átlaghőmérséklete délután kettőkor?
- Hétfőn mennyit emelkedett a hőmérséklet reggel hét óra és délután két óra között?
- Mekkora volt a legnagyobb napi hőmérsékletkülönbség a két mérési időpont között?

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

Követelmények: elsőfokú egyenletek megoldása, mérlegelv, grafikus megoldás. Elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása, megoldáshalmaz ábrázolása számegegyenesen. Egyenlettel megoldható szöveges feladatok.

Feladatok:

1. Oldd meg az alábbi egyenleteket!

$$a.) (3 \cdot (6x - 4x) + 2) \cdot 4 - 28 = 28$$

$$b.) 7 - 3x = 3 - 7x$$

$$c.) 25x - 11 - (9x - 2) = 4x + 3$$

$$d.) \frac{(5x + x) \cdot 5 - 6}{3} \cdot 2 = 28$$

$$e.) \frac{7x - 1}{4} - 2 = 10$$

$$f.) \frac{6x - 3}{2} = 4x + 8$$

$$g.) \frac{x - 2}{3} + 1 = 7$$

$$h.) 30(x - 7) - 56(5 - x) = 26$$

$$i.) \frac{3}{5}x + x = \frac{16}{15}$$

$$j.) x + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2x - 3$$

$$k.) 4x - \frac{2x + 7}{3} = 100$$

2. Oldd meg az alábbi egyenleteket a racionális számok halmazán!

a.) $3x + 5 = 15x + 44$

b.) $2x + 5 = 2x - 1$

c.) $3x + 2 = 17$

d.) $(6x + 3) - (3x - 4) = (x - 4) - (x + 1)$

e.) $(x - 3)(x - 4) - (1 - x)(2 - x) = 0$

3. Oldd meg az alábbi egyenleteket a racionális számok halmazán!

a.) $2x + 5 = 2x - 1$

b.) $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = 0$

c.) $(x - 2)(x + 3) = 0$

d.) $(8 + 3x) - (7 - 2x) = 26$

e.) $3x(x + 1) - x(3x - 1) = x - 7$

f.) $\frac{x}{2} + \frac{x}{9} = 44$

4. Oldjuk meg az alábbi elsőfokú egyenleteket!

$$a.) \left(\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\right) - \left(\frac{7}{12}x - \frac{3}{10}\right) = \frac{29}{5}$$

$$b.) 3x - \frac{x+2}{4} - \frac{3x-2}{2} = 1 - \frac{x-1}{3}$$

$$c.) x - \frac{6-2x}{3} = 2x - 4 - \frac{x+3}{2}$$

Geometriai transzformációk

Követelmények: a sík egybevágósági transzformációi, azok tulajdonságai és végrehajtása. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Alakzatok szimmetriája.

Feladatok

1.

Szerkessz paralelogrammát, amelynek oldalai 6 cm, 4 cm hosszúak és az egyik szöge 75°! Tükrözd a rövidebb átló egyenesére!

2.

Szerkessz egyenlő szárú háromszöget, amelynek alapja 4 cm, két szára 6 cm hosszú! Szerkeszd meg a szárszög szögfelezőjét, és tükrözd a háromszöget a szögfelező egyenesére!

3.

Szerkessz trapézt, amelynek egyik alapja 6 cm hosszú, az ezen fekvő mindkét szöge 60°, magassága 2 cm! Tükrözd az alap felezőmerőlegesére!

4.

Szerkessz 4 cm oldalhosszúságú szabályos háromszöget! Szerkeszd meg a szögfelezőit! Tükrözd a háromszöget a szögfelezők metszéspontjára!

5.

A következő állítások közül melyik igaz?

- A:** A középpontos tükrözés síkmozgás. **B:** A tengelyes tükrözés síkmozgás.
C: Egy szögnek és középpontos tükrképének szárai párhuzamos és ellentétes irányú félegyenesek.
D: Van olyan véges síkidom, amelynek két tükrözéppontja van.
E: Van olyan deltoid, amelynek pontosan három tükrötengelye van.
F: Minden tengelyesen tükrös négyszög köré kör szerkeszthető.

6.

Szerkessz 3 cm oldalhosszúságú szabályos hatszöget! Húzd meg és irányítsd (nyíllal) egyik rövidebb átlóját! Told el a hatszöget az átlóvektorral! Hányféle megoldás van?

7.

Szerkessz paralelogrammát, amelynek oldalai 5 cm és 4 cm hosszúak, egyik szöge 45° -os! Irányítsd a paralelogramma két szomszédos oldalát! Told el a paralelogrammát az egyik oldal vektorával, majd az eltolt paralelogrammát a másik oldal vektorával! Mely vektorral kell eltolnod a paralelogrammát, ha a két eltolást egygel akarod helyettesíteni?

8.

A derékszögű koordináta-rendszerben egy téglalap egyik csúcsa az origóval esik egybe, az ezzel szemközti csúcsának koordinátái $(4; 5)$, a másik két csúcsa a tengelyekre illeszkedik.

- Rajzold meg ezt a téglalapot a koordináta-rendszerben!
- Forgasd el az origó körül -90° -kal!
- Add meg az elforgatott téglalap csúcspontjainak koordinátáit!

Síkbeli alakzatok

Követelmények: alapfogalmak és síkidomok tulajdonságainak ismerete, háromszögek, négyszögek, kör. A háromszögek csoportosítása oldalai és szögei szerint.

Összefüggések a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).

Speciális háromszögek tulajdonságai. A háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciók, tételek (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör). A Pitagorasz-tétele és megfordítása. A négyszögek fajtái (trapéz, paralelogramma, deltoid) és tulajdonságai. A kör részeinek ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban. A kör érintője, a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlősége. Thalész-tétele. Kerület, területszámítás.

Feladatok

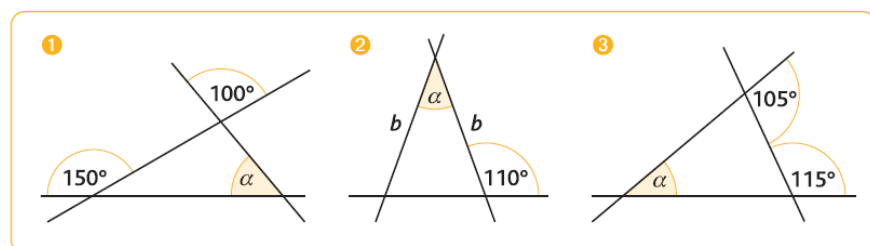
1.

Egy ABC háromszög A csúcsnál lévő **külső** szöge 104° -os, B csúcsnál lévő **belső** szöge 74° -os.

Hány fokos a háromszög C csúcsnál lévő **külső** szöge? Válaszát indokolja!

2.

Számítsd ki, hogy hány fokosak az ábrákon α -val jelölt szögek!



- b) Lehet-e egy háromszögnek két derékszöge; két tompaszöge?
- c) Mekkora az egyenlő szárú derékszögű háromszög szögei?
- d) Mekkora lehetnek az egyenlő szárú tompaszögű háromszög szögei?
- e) Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 40° -os. Mekkora lehetnek a többi szögei?
- f) Milyen középpontosan tükrös háromszögeket ismersz?
- g) Mekkora a háromszög szögei, ha a szögek aránya $2 : 3 : 5$?
- h) Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 24° -kal kisebb a másik szögénél. Mekkora lehetnek a háromszög szögei?

3.

Szerkeszd meg a háromszögeket, majd a beírható körüket!

- a) A háromszög oldalai $a = 4$ cm, $b = 5$ cm, $c = 6$ cm.
- b) A háromszög két oldala $a = 4$ cm, $b = 6$ cm, a közbezárt szög $\gamma = 60^\circ$.
- c) A háromszög egy oldala $a = 6$ cm, a rajta fekvő két szög $\beta = 45^\circ$ és $\gamma = 67,5^\circ$.
- d) A háromszög egy oldala $a = 5$ cm, két szöge $\beta = 105^\circ$ és $\alpha = 37,5^\circ$.

4.

Szerkeszd meg a háromszöget, majd a magasságpontját!

- a) A háromszög oldalai $a = 6$ cm, $b = 4,5$ cm, $c = 5$ cm.
- b) A háromszög két oldala $a = 5$ cm, $b = 6$ cm, a közbezárt szög $\gamma = 135^\circ$.
- c) A háromszög egy oldala $a = 6$ cm, a rajta fekvő két szög $\beta = 30^\circ$ és $\gamma = 60^\circ$.

5.

Szerkeszd meg a háromszöget, majd a középvonalait!

- a) A háromszög két oldala $a = 5$ cm, $b = 4$ cm, a közbezárt szög $\gamma = 67,5^\circ$.
- b) A háromszög egy oldala $a = 5$ cm, a rajta fekvő két szög $\beta = 45^\circ$ és $\gamma = 45^\circ$.
- c) A háromszög két oldala $a = 4$ cm, $b = 4$ cm, és az egyik szöge 75° .

6.

Szerkeszd meg a háromszöget, majd a súlypontját!

- a) A háromszög két oldala $a = 5$ cm, $b = 6$ cm, a közbezárt szög $\gamma = 120^\circ$.
- b) A háromszög egy oldala $a = 5$ cm, a rajta fekvő két szög $\beta = 30^\circ$ és $\gamma = 35^\circ$.
- c) A háromszög két oldala $a = 3$ cm és $b = 4$ cm, a nagyobbik oldallal szemben fekvő szög $\beta = 75^\circ$.

7.

Egy derékszögű háromszög egyik befogója $4,6$ m az átfogó hossza $9,5$ m. Számítsd ki a hiányzó befogó hosszát, majd határozd meg a háromszög kerületét és területét!

8.

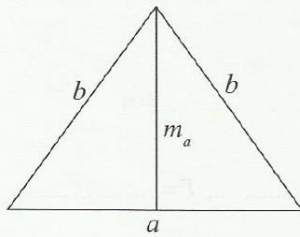
Egy négyzet oldala 12 cm hosszú. Határozd meg átlóinak hosszát! Számítsd ki a négyzet kerületét és területét!

9.

Határozd meg az egyenlő szárú háromszög kerületét és területét a következő adatok ismeretében!

$$a = 9 \text{ cm}$$

$$m_a = 6,2 \text{ cm}$$



10.

Határozd meg az egyenlő szárú háromszög területét, ha a kerülete 36 cm és a szárai 13 cm hosszúak!

11.

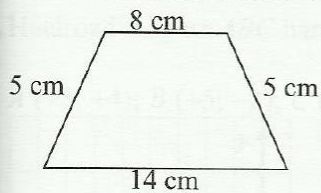
Egy rombuszt az egyik átlója két szabályos háromszögre bont. Számítsd ki a rombusz kerületét és területét, ha a rombusz oldala 8 dm!

12.

Mekkora annak a deltoidnak a szimmetriaátlója, amelynek másik átlója 18 cm hosszú, és oldalai 12 cm és 28 cm hosszúak? Határozd meg a deltoid kerületét és területét!

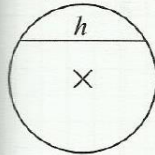
13.

Mekkora az ábrán látható húrtrapéz kerülete, területe?

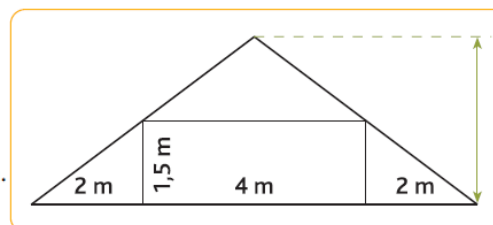


14.

Milyen hosszú egy 6 cm sugarú körben a középponttól 2 cm távolságban lévő húr?



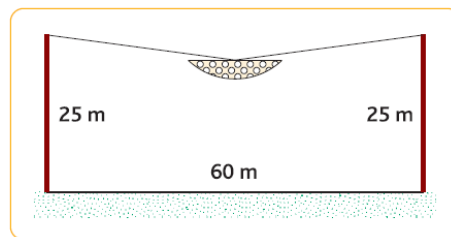
15.

 Egy tető gerendázatát szemlélteti az ábra.
 Határozd meg a hiányzó méreteket!


16.

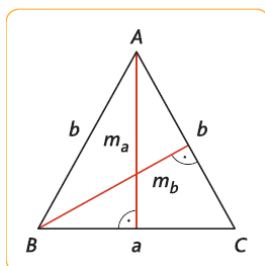
Egy labdarúgópályára világítást terveznek. Két 25 m magas oszlopot állítanak fel a felezővonal folytatásában, egymástól 60 m távolságra. Az oszlopok tetejére 61 m-es tartóhuzalt akasztanak, és ennek a felezőpontjára szerelik a világítótestet.

Milyen magasan van a lámpa a pálya felett?



17.

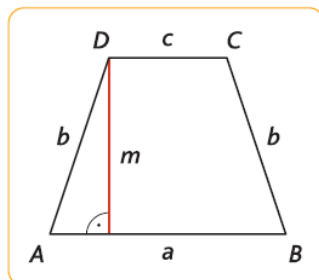
Határozd meg az egyenlő szárú háromszög keresett adatait, majd számítsd ki a kerületét és a területét!



- a) $a = 5,4$ cm, $b = ?$, $m_a = 3,6$ cm, $m_b = ?$
 b) $a = ?$, $b = 2,6$ dm, $m_a = 2,4$ dm, $m_b = ?$
 c) $a = 5,6$ cm, $b = 3,5$ cm, $m_a = ?$, $m_b = ?$

18.

Határozd meg a húrtrapéz keresett adatait, majd számítsd ki a kerületét és a területét!



- a) $a = 10$ cm, $b = 6,5$ cm, $c = 5$ cm, $m = ?$
 b) $a = 26$ cm, $b = ?$, $c = 14$ cm, $m = 8$ cm
 c) $a = ?$, $b = 3,5$ cm, $c = 5$ cm, $m = 2,1$ cm
 d) $a = 7,5$ cm, $b = 10$ cm, $c = ?$, $m = 6$ cm

19.

Határozd meg a négyszög keresett adatait!

- a) Parallelogramma: $a = 12$ cm, $b = 8$ cm, $\alpha = 60^\circ$;
 $m_a = ?$ $m_b = ?$ $K = ?$ $T = ?$
 b) Rombusz átlói: $e = 6$ cm, $f = 8$ cm;
 $a = ?$ $m = ?$ $K = ?$ $T = ?$
 c) Deltoid szimmetriaátlója: $e = 7,2$ cm; másik átlója: $f = 3,6$ cm;
 az f átló 1:2 arányban metszi a szimmetriaátlót.
 $a = ?$ $b = ?$ $K = ?$ $T = ?$

20.

Számítsd ki a kör hiányzó adatait!

Sugár (cm)	2,5						10
Átmérő (cm)		4,8	100				
Kerület (cm)				84,4	289		
Terület (cm ²)						78,54	7,07