Kisérettségi témakörök és tematikus gyakorló feladatok matematikából

Készült a 10. évfolyam diákjai számára

Összeállította: Antal Klára szaktanácsadó

Tartalomjegyzék

Halmazok

Követelmények: halmazok megadása, halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz. Unió, metszet, különbség. Véges halmaz elemeinek a száma. Ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben. Logikai szita elve két-három halmaz esetén.

Feladatok

1. Az A halmaz az 5-re végződő kétjegyű pozitív egészek halmaza, a B halmaz pedig a kilenccel osztható kétjegyű pozitív egészek halmaza. Adja meg elemeik felsorolásával az alábbi halmazokat: A; B; $A \cap B$; $A \setminus B$

2. Az $\boldsymbol{A}$ és $\boldsymbol{B}$ halmazokról tudjuk, hogy $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1};\ \mathbf{2};\ \mathbf{3};\ \mathbf{4};\ \mathbf{5};\ \mathbf{6}\}$, $\boldsymbol{A} \setminus \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1};\ \mathbf{4}\}$ és $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \{\mathbf{2};\ \mathbf{5}\}$.

Sorolja fel az A és a B halmaz elemeit!

3. Adott az *A*, a *B* és a *C* halmaz az elemeivel:

$\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1};\ \mathbf{2};\ \mathbf{3};\ \mathbf{4};\ \mathbf{5}\}, \boldsymbol{B} = \{\mathbf{3};\ \mathbf{4};\ \mathbf{5};\ \mathbf{6};\ \mathbf{7}\}, \boldsymbol{C} = \{\mathbf{6};\ \mathbf{7};\ \mathbf{8};\ \mathbf{9};\ \mathbf{10}\}$.

Adja meg az $A \cap B, B \cup C$ és $A \setminus B$ halmazokat elemeik felsorolásával!

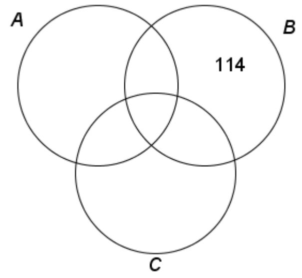
4. Írja fel az $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{3};\ \mathbf{6};\ \mathbf{15};\ \mathbf{28}\}$ halmaz minden olyan részhalmazát, amelynek csak páros számok az elemei!

5. Tekintsük a következő halmazokat:

$\boldsymbol{A}$ = {a 100-nál nem nagyobb pozitív egész számok};

$\boldsymbol{B}$ = {a 300-nál nem nagyobb 3-mal osztható pozitív egész számok};

C = {a 400-nál nem nagyobb 4-gyel osztható pozitív egész számok}.



a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába!

	A halmaz	*B* halmaz	*C* halmaz
114	*nem eleme*	*eleme*	*nem eleme*
52			
78			
124			
216			

b) Határozza meg az $A \cap B \cap C$ halmaz elemszámát!

6. Az *A* halmaz elemei a 12 pozitív osztói. A *B* halmaz elemei a 15-nél kisebb (pozitív) prímszámok. Adja meg elemei felsorolásával az *A*, a *B* és az $A \setminus B$ halmazt!

7. Egy osztály tanulói valamennyien vettek színházjegyet. Kétféle előadásra rendeltek jegyeket: az elsőre 18-at, a másodikra 24-et. 16 tanuló csak a második előadásra rendelt jegyet.

a) Hány tanuló rendelt jegyet mindkét előadásra?

b) Hány tanuló akart csak az első előadásra elmenni?

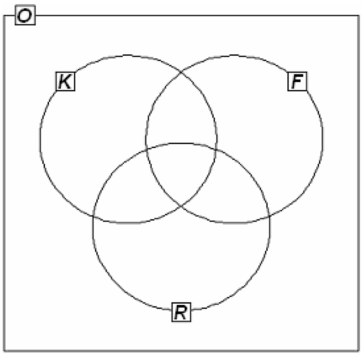
c) Mennyi az osztály létszáma?

8. Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja!

9. Egy 27 fős osztályban mindenki tesz érettségi vizsgát angolból vagy németből. 23 diák vizsgázik angolból, 12 diák pedig németből. Hány olyan diák van az osztályban, aki angolból és németből is tesz érettségi vizsgát?

10. Egy osztályban a következő háromféle sportkört hirdették meg: kosárlabda, foci és röplabda. Az osztály 30 tanulója közül kosárlabdára 14, focira 19, röplabdára 14 tanuló jelentkezett. Ketten egyik sportra sem jelentkeztek. Három gyerek kosárlabdázik és focizik, de nem röplabdázik, hatan fociznak és röplabdáznak, de nem kosaraznak, ketten pedig kosárlabdáznak és röplabdáznak, de nem fociznak. Négyen mind a háromféle sportot űzik.

Írja be a megadott halmazábrába a szövegnek megfelelő számokat!



11. Egy atlétika szakosztályban a 100 m-es síkfutók, a 200 m-es síkfutók és a váltófutók összesen 29 fős csoportjával egy atlétaedző foglalkozik. Mindegyik versenyző legalább egy versenyszámra készül. A 100 m-es síkfutók tizenöten vannak; hét versenyző viszont csak 100 méterre edz, négy versenyző csak 200 méterre, hét versenyző csak váltófutásra.

a) Készítsen a feladatnak megfelelő halmazábrát!

b) Azt is tudjuk, hogy bármelyik két futószámnak pontosan ugyanannyi közös tagja van. Mennyi ez a szám?

12. Egy 20 fős társaság tagjait az április havi szabadidős tevékenységeikről kérdezték.

Mindenki három eldöntendő kérdésre válaszolt (igennel vagy nemmel).

I. Volt-e moziban?

II. Olvasott-e szépirodalmi könyvet?

III. Volt-e koncerten?

A válaszokból kiderült, hogy tizenketten voltak moziban, kilencen olvastak szépirodalmi könyvet, és négy fő járt koncerten. Öten voltak, akik moziban jártak és szépirodalmi könyvet is olvastak, négyen pedig moziban és koncerten is jártak. Hárman mindhárom kérdésre igennel válaszoltak.

Hány olyan tagja van a társaságnak, aki mindhárom kérdésre nemmel válaszolt?

13. Egy 30 fős osztályban felmérést készítettek a diákok internetezési szokásairól. Egy másik kérdés az volt, hogy a mobiltelefon, a laptop, illetve a táblagép (tablet) közül melyiket használják internetezésre. A mobiltelefont mind a 30-an, a laptopot 24-en, a táblagépet 16-an jelölték meg. A felmérésből az is kiderült, hogy a mobiltelefon, a laptop és a táblagép közül pontosan kétféle eszközt 14 diák használ.

Hányan használják mind a háromféle eszközt internetezésre?

14. Egy 30 fős gimnáziumi osztály osztálykirándulást szervez. A kirándulás lehetséges helyszínei:

Sopron, Debrecen és Pécs. Az osztály tanulói szavazást tartanak arról, hogy ki melyik helyszínre menne szívesen. Több helyszínre is lehet szavazni, de legalább egyet mindenkinek választania kell. A szavazás eredménye:

Sopronba 18-an mennének, közülük 8-an a pécsi helyszínbe is belegyeznének. Debrecent 20-an látogatnák meg, közülük 12 fő Sopronba is elmenne. Debrecenbe és Pécsre is ellátogatna 11 fő.

5-en mindhárom helyre szívesen utaznának. Összesen hányan vannak az osztályban azok, akik szívesen kirándulnának Pécsre?

Logika

Követelmények: állítás logikai értékének megállapítása gyakorlati és matematikai példákra vonatkozóan. Állítások tagadása, állítás indoklása, cáfolása gyakorlati és matematikai példákon keresztül. Adott állítás megfordításának megfogalmazása; a „ha…, akkor…” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása.

A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban; a „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben.

Feladatok:

1.

Döntsd el, hogy az alább felsoroltak közül melyik mondat a tagadása a következő állításnak!
Minden érettségi feladat egyszerű.

A: Minden érettségi feladat bonyolult.
B: Van olyan érettségi feladat, ami nem egyszerű.
C: Sok érettségi feladat bonyolult.
D: Van olyan érettségi feladat, ami egyszerű.

2.

Tamás a saját felmérése alapján a következőt állítja:
Minden háztartásban van televízió.
Az alábbi négy állítás közül melyik tagadása Tamás állításának?

A: Semelyik háztartásban nincs televízió.
B: Van olyan háztartás, ahol van televízió.
C: Van olyan háztartás, ahol nincs televízió.
D: Nem minden háztartásban van televízió.

3.

Tekintsd a következő állítást: A városban minden kéménysepről fekete.

Válaszd ki az alábbi állítások közül az összeset, amelyik tagadása az előbbi kijelentésnek!

A: A városban minden kéménysepről fehér.
B: A városban nincs fekete kéménysepről.
C: Van a városban olyan kéménysepről, aki nem fekete.
D: A városban nem minden kéménysepről fekete.

4.

Fogalmazd meg a következő állítások tagadását!

a) Van olyan társasjáték, amelyhez nem kell dobókocka.
b) Van olyan mackó, amelyik szereti a mézet.
c) Minden növénynek szüksége van oxigénre.
d) Minden madár tud repülni.

5.

Állapítsd meg az alábbi állítások igazságértékét:

a) Egy szorzat negatív, ha van negatív szorzótényezője.
b) Két különböző valós szám négyzetösszege pozitív.
c) Egy konvex ötszögnek négy átlója van.
d) A 2 prímszám vagy a 7 páros szám.
e) A 2 prímszám és a 8 páros szám.
f) A 6 nem páros vagy a 7 nem páros szám.

6.

Tagadjuk az alábbi állításokat!

a) Minden kutya ugat.
b) A 7 páratlan szám.
c) Van örökzöld növény.
d) Minden sokszögnek van átlója.
e) Bármely valós szám abszolút értéke pozitív.

7.

Állapítsuk meg az alábbi kijelentések igazságértékét, majd fordítsuk meg a kijelentéseket, s határozzuk meg az így kapott kijelentések igazságértékét is!

a) Ha egy szám páros, akkor osztható néggyel.
b) Ha egy négyszög négyzet, akkor átlói merőlegesek egymásra.
c) Ha hat valós szám szorzata pozitív, akkor a tényezők között páros darab negatív előjelű szám van.
d) Ha egy tört számlálója nagyobb, mint a nevezője, akkor a tört értéke nagyobb, mint egy.

8.

Megadunk két állítást.

A: Minden 5-re végződő pozitív egész szám osztható 5-tel.

B: Minden 5-re végződő pozitív egész szám osztható 3-mal.

Fogalmazd meg a $\neg A$; $\neg B$; $A \vee B$; $A \wedge B$ állításokat, és állapítsd meg az igazságértéküket!

9.

Fogalmazd meg a következő állítás megfordítását! Mindkét állításnak határozd meg a logikai értékét! Ha valamelyik hamis, akkor adj ellenpéldát!

Ha az *ABCD* négyszög négyzet, akkor minden szöge egyenlő nagyságú.

10.

A {2; 4; 6; 8; 10} halmaz elemei közül melyiket helyettesíthetjük az x helyébe, hogy igaz legyen a következő állítás:

a) $x + 2 > 7 \wedge 3x < 30$;

b) $\frac{x-8}{x-5} \leq 0$.

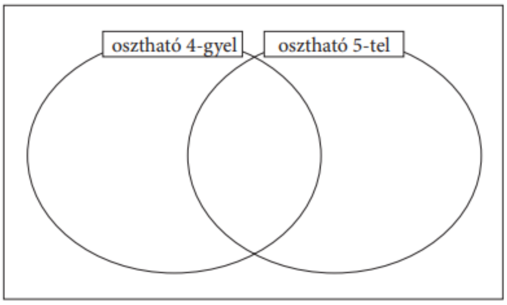
11.

Helyezd el a Venn-diagramban a megadott számokat! Töltsd ki a táblázatot!

10 12 15 16 18 20 25 28

A: Ez a szám osztható 4-gyel.

B: Ez a szám osztható 5-tel.



Az állítás szavakkal megfogalmazva	Az állítás logikai jelekkel felírva	Melyik számokra teljesül?
Ez a szám nem osztható 5-tel.	$\neg B$	
Ez a szám osztható 4-gyel vagy 5-tel.		
Ez a szám osztható 4-gyel és 5-tel.		
Ez a szám osztható 4-gyel, de nem osztható 5-tel.		

12.

Döntse el, hogy az alábbi B állítás igaz vagy hamis! B: Ha egy négyszög két szemközti szöge derékszög, akkor az téglalap. Írja le az állítás megfordítását (C). Igaz vagy hamis a C állítás?

13.

Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz és melyik hamis!

a) A háromszög köré írható kör középpontja mindig valamelyik súlyvonalra esik.

b) Egy négyszögnek lehet 180°-nál nagyobb belső szöge is.

c) Minden trapéz paralelogramma.

Kombinatorika, gráfok

Követelmények: egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatok megoldása. Egyszerű feladatok megoldása gráfok segítségével.

1.

Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

2.

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van,

a) amely öt azonos számjegyből áll;
b) amelyik páros;
c) amelyik 4-gyel osztható?

3.

a) Hány olyan négy különböző számjegyből álló négyjegyű számot tudunk készíteni, amelynek mindegyik számjegye eleme az $\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7\}$ halmaznak?

b) Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből?

c) Hány olyan hatjegyű, hárommal osztható szám írható fel, amely csak az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyeket tartalmazza, és e számjegyek mindegyike legalább egyszer előfordul benne?

4.

Anna, Béla, Cili és Dénes színházba megy. Jegyük a bal oldal 10. sor 1., 2., 3., 4. helyére szól.

a) Hányféle sorrendben tudnak leülni a négy helyre?

b) Hányféleképpen tudnak leülni a négy helyre úgy, hogy Anna és Béla egymás mellé kerüljenek?

5.

A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri.

Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyző közül Dani az első két hely valamelyikén végez?

6.

A 4×100-as gyorsváltó házi versenyén a döntőbe a Delfinek, a Halak, a Vidrák és a Cápák csapata került.

a) Hányféle sorrend lehetséges közöttük, ha azt biztosan tudjuk, hogy nem a Delfinek csapata lesz a negyedik?

b) A verseny után kiderült, hogy az élen kettős holtverseny alakult ki, és a Delfinek valóban nem lettek az utolsók. Feltéve, hogy valakinek csak ezek az információk jutottak a tudomására, akkor ennek megfelelően hányféle eredménylistát állíthatott össze?

7.

Hány olyan (pozitív) háromjegyű páratlan szám van a tízes számrendszerben, amelynek minden számjegye különböző?

8.

Egy vitorlásversenyen 8 hajó indul. Számítsa ki, hányféle sorrendben érhetnek be a célba, ha minden hajó célba ér, és nem lehet holtverseny!

9.

Egy álláshirdetésre négyen jelentkeznek: Aladár, Béla, Cecil és Dénes. Az adott időben megjelennek a vállalatnál, s akkor kiderül, hogy közülük hárman, Aladár, Béla és Cecil osztálytársak voltak. Dénes csak Aladárt ismeri, ők régebben egy kosárlabdacsapatban játszottak. Szemléltesse az ismeretségeket gráffal! (Az ismeretségek kölcsönösek.)

10.

Öt fiú, András, Balázs, Csanád, Dénes és Elemér kollégistaként kezdi el a 9. osztályt, és ugyanabba az ötágyas szobába kerülnek. András ismerte mind a négy társát, a többiek viszont mindannyian három embert ismertek a négy szobatárs közül. Dénes nem ismerte Elemért. Rajzoljon egy gráfot, amely az öt diák egymás közötti korábbi ismeretségét

11.

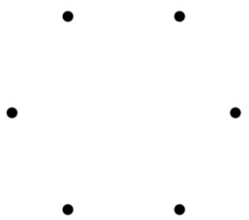
Egy irodai számítógép-hálózat hat gépből áll. Mindegyik gép ezek közül három másikkal van közvetlenül összekötve. Rajzoljon egy olyan gráfot, amely ezt a hálózatot szemlélteti!

12.

Egy hatfős társaságban mindenkit megkérdeztek, hány ismerőse van a többiek között (az ismeretségek kölcsönösek). Az első öt megkérdezett személy válasza: 5, 4, 3, 2, 1.

a) Ábrázolja gráffal a hatfős társaság ismeretségi viszonyait!

b) Hány ismerőse van a hatodik személynek a társaságban?



13.

A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andráson kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.

a) Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket!

b) Hány mérkőzés van még hátra?

Statisztika

Követelmények: adathalmaz táblázatba rendezése, feldolgozása. Kördiagram és oszlopdiagram készítése. Adott diagramról információk leolvasása. Statisztikai mutatók: átlag, módusz, medián, terjedelem.

1.

Rozi irodalomból a tanév során a következő jegyeket kapta: 2; 4; 3; 5; 2; 4; 5; 3; 5.

Mi lenne az év végi osztályzata, ha az a kapott jegyek mediánja lenne?

2.

Máté a tanév során 13 érdemjegyet kapott matematikából. Ezek időrendben: 4, 4, 3, 4, 4, 2, 5, 4, 3, 1, 3, 3, 2.

Adja meg a jegyek móduszát és mediánját!

3.

Egy 17 fős csoport matematika témazáró dolgozatának értékelésekor a tanár a következő információkat közölte:
Mind a 17 dolgozatot az 1-es, a 2-es, a 3-as, a 4-es és az 5-ös jegyek valamelyikével osztályozta.
A jegyek mediánja 4, módusza 4, terjedelme 4 és az átlaga (két tizedes jegyre kerekítve) 3,41.

Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, illetve hamis!

A) A dolgozatoknak több mint a fele jobb hármasnál.
B) Nincs hármasnál rosszabb dolgozat.

4.

Egy dolgozat értékelésének eloszlását mutatja a következő táblázat:

osztályzat	1	2	3	4	5
gyakoriság	0	2	7	8	3

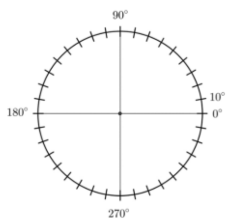
Határozza meg az egyes osztályzatok előfordulásának relatív gyakoriságát!

5.

A 32; c és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá $32 > c > 18$. Határozza meg a c értékét!

6.

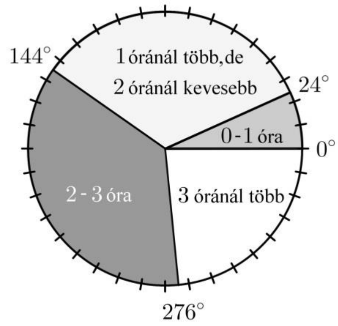
2016-os nyári olimpián a magyar sportolók 8 arany, 3 ezüst és 4 bronzérmet szereztek.



Készítsen kördiagramot, amely az érmek eloszlását szemlélteti!

7.

Egy 30 fős osztályban felmérést készítettek a diákok internetezési szokásairól. Az egyik kérdés az volt, hogy naponta átlagosan ki hány órát használja az internetet a szabadidejében. A válaszok alapján az itt látható kördiagram készült.
Hány olyan diák van az osztályban, aki naponta legalább 2 órát használja az internetet a szabadidejében?



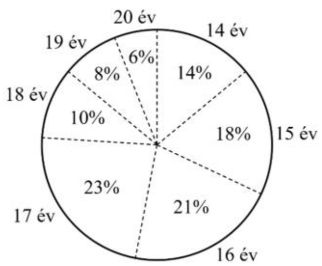
8.

2018 januárjában Magyarországon összesen 1178 személyi sérüléssel járó közúti baleset történt, melyek közül 440 esetben a gyorshajtás volt a fő ok. A balesetek okainak megoszlását egy kördiagramon szeretnénk ábrázolni.
Mekkora középponti szög tartozik a kördiagramon a gyorshajtáshoz?
Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!

9.

Egy több száz fős gimnázium diákjai életkorának eloszlását mutatja az alábbi kördiagram.

Állapítsa meg a diákok életkorának terjedelmét, móduszát és mediánját!



10.

A fizika órai tanulókísérlet egy tömegmérési feladat volt. A mérést 19 tanuló végezte el. A mért tömegre gramm pontossággal a következő adatokat kapták: 37, 33, 37, 36, 35, 36, 37, 40, 38, 33, 37, 36, 35, 35, 38, 37, 36, 35, 37.

a) Készítse el a mért adatok gyakorisági táblázatát!

b) Mennyi a mérési adatok átlaga gramm pontossággal?

c) Mekkora a kapott eredmények mediánja, módusza?

d) Készítsen oszlopdiagramot a mérési eredményekről!

11.

Egy dolgozatnál az elérhető legmagasabb pontszám 100 volt. 15 tanuló eredményeit tartalmazza a következő táblázat:

Elért pontszám	100	95	91	80	65	31	17	8	5
A dolgozatok száma	3	2	1	2	1	2	2	1	1

a) Határozza meg az összes dolgozat pontszámának átlagát (számtani közepét), móduszát és mediánját!

b) A dolgozatok érdemjegyeit az alábbi táblázat alapján kell megállapítani!

Pontszám	Osztályzat
80 – 100	jeles
60 – 79	jó
40 – 59	közepes
20 – 39	elégséges
0 – 19	elégtelen

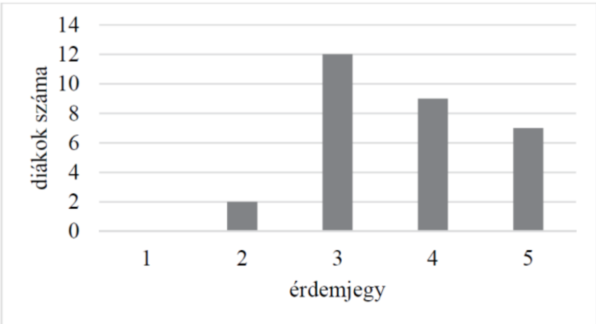
Ennek ismeretében töltse ki a következő táblázatot!

Osztályzat	jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma					

c) Készítsen kördiagramot az osztályzatok megoszlásáról! Adja meg az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek értékét is!

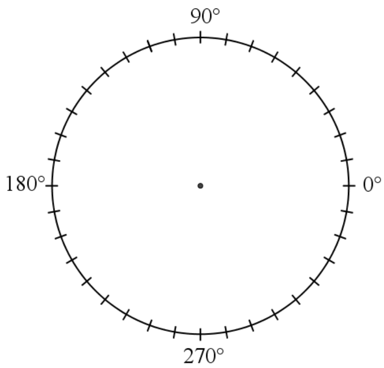
12.

Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról.



a) Adja meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát!

b) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását kördiagramon!



13.

Egy webáruházba való belépés előzetes regisztrációhoz kötött, melynek során a regisztráló életkorát is meg kell adni. Az adatok alapján a 25 560 regisztráló közül 28 évesnél fiatalabb 7810 fő, 55 évesnél idősebb 4615 fő, a többiek 28 és 55 év közöttiek.

Készítsen a létszámadatok alapján kördiagramot, kiszámítva a három körcikkhez tartozó középponti szögeket is!

Hatványozás, négyzetgyök, normálalak, algebrai kifejezések

Követelmények: egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságai, normálalak, négyzetgyök fogalma és azonosságai, kiemelés gyökjel alól, bevitel gyökjel alá, nevező gyöktelenítése. Zárójelfelbontás, összevonás, nevezetes szorzatok, szorzattá alakítás, algebrai törtek, teljes négyzetté alakítás.

1.

Végezze el a következő műveleteket, és vonja össze az egynemű kifejezéseket!
A számítás menetét részletezze! $(x-3)^2+(x-4)\cdot(x+4)-2x^2+7x$

2.

Végezze el a következő műveleteket és a lehetséges összevonásokat!

A számítás menetét részletezze! $(a+9)(a-1)+(a-4)^2$

3. Határozd meg a $\frac{4a^2-10a+7}{a^2-4}$ tört értelmezési tartományát és az $a=1$ helyen felvett értékét!

4.

Legyen $X=6\cdot 10^{40}$ és $Y=4\cdot 10^{61}$. Írja fel az $X\cdot Y$ szorzat normál alakját!

5.

Döntse el mindegyik egyenlőségről, hogy igaz, vagy hamis minden valós szám esetén!
A) $b^3+b^7=b^{10}$
B) $(b^3)^7=b^{21}$
C) $b^4b^5=b^{20}$

6.

Írja fel a egész kitevőjű hatványaként a következő t törtet, ahol a pozitív valós számot jelöl!

$$t=\frac{(a^3)^5}{a^{-2}}$$

7.

Írja fel a $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$ hatványt olyan alakban, hogy ne szerepeljen benne negatív kitevő!

8.

A 2 hányadik hatványával egyenlő az alábbi kifejezés?

$$\frac{2^7\cdot(2^3)^4}{2^5}$$

9.

Mely valós számokra értelmezhető a $\sqrt{\frac{1}{2x+7}}$ kifejezés?

10. Számítsd ki a következő tört értékét prímtényezős felbontás és a hatványozás azonosságainak felhasználásával!

$$\frac{72^3 \cdot 54^2}{108^{-4}}$$

11. Egyszerűsítsd a következő törtet!

$$\frac{\left(ab^2\right)^4 \cdot \left(a^3\right)^2 \cdot b}{\left(a^3b^2\right)^3} \cdot \frac{a^3b}{\left(b^3\right)^2}$$

12.

Gyökjel alól kihozatal, valamint gyökjel alá bevitel segítségével végezd el a műveleteket!

a) $\sqrt{72} - 4\sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{98}$

b) $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} + 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27}$

13.

Végezd el a következő műveleteket! Ne használj számológépet!

a) $(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3})$

b) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{18} - \sqrt{3})$

14.

Végezd el a következő műveleteket!

a) $(\sqrt{2} + 6\sqrt{50} + 4\sqrt{8}) \cdot \sqrt{2}$

b) $(\sqrt{63} - \sqrt{700} + 5\sqrt{28}) \cdot \sqrt{7}$

15.

Bővítsd a törteket $\sqrt{10}$ -zel, majd egyszerűsíts!

$\frac{40}{\sqrt{10}}$; $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$; $\frac{4\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$; $\frac{40-\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$; $\frac{4-\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$

16.

Írd fel 5 hatványaként!

a) $5^{-3} \cdot (5^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^4$

b) $\frac{(5^2)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-5}}{5^6}$

Függvények ábrázolása és jellemzése, függvénytranszformációk

Követelmények: lineáris függvények, másodfokú függvények, abszolútérték függvény, négyzetgyök függvény, lineáris törtfüggvény ábrázolása és jellemzése

Feladatok:

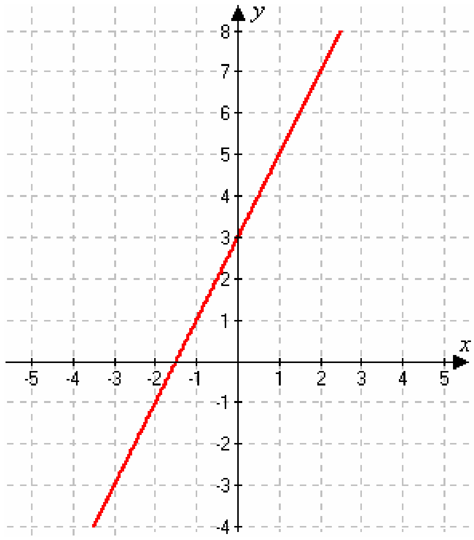
1. Melyik az ábrán látható egyenes egyenlete az alábbiak közül?

A) $y = 2x + 3$.

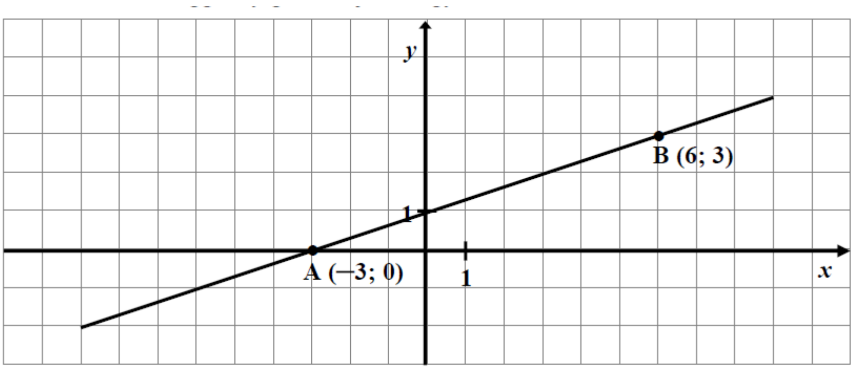
B) $y = -2x + 3$.

C) $y = 2x - 1{,}5$.

D) $y = 2x - 3$.



2. Írja fel az alábbi lineáris függvény grafikonjának egyenletét!



3. Ábrázolja az $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ függvényt a $[-2;\ 10]$ intervallumon!

4. A valós számokon értelmezett függvény hozzárendelési utasítása: $x \mapsto -2x + 4$.

a) Állapítsa meg, hogy hol metszi a függvény grafikonja a derékszögű koordinátarendszer y tengelyét!

b) Melyik számhoz rendeli a függvény a 6 függvényértéket?

5. Hol metszi a koordinátatengelyeket az $x \mapsto -2x+6$ $(x \in \boldsymbol{R})$ függvény grafikonja?

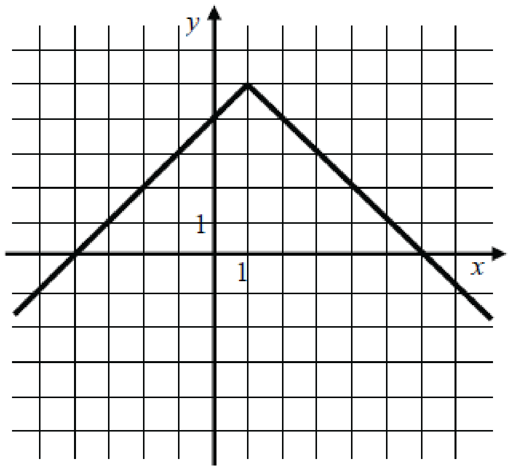
6. Adott a $[-2;4]$ zárt intervallumon értelmezett f függvény: $x \mapsto -\frac{1}{2}x+4$

a) Mit rendel az f függvény az $x=-\frac{3}{4}$ számhoz?

b) Ábrázolja az f grafikonját! Adja meg az f értékkészletét!

7. A valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto |x|$ függvényt transzformáltuk. Az alábbi ábra az így kapott f függvény grafikonjának egy részletét mutatja.

Adja meg f hozzárendelési utasítását képlettel!



8. Ábrázolja a $[-2;\ 3]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto |x+1|-2$ függvényt!

9. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto |x-2|-4$ függvény minimumának helyét és értékét!

10. Adja meg az $f\colon [-4;4] \to \mathbf{R};\ f(x)=|x-2|-3$ függvény zérushelyét!

11. Adott a következő függvény: $f\colon [-2;4] \to \boldsymbol{R}, x \mapsto |x-2|-1$.

a) Adja meg, hogy milyen értéket rendel az f függvény a (–1)-hez!

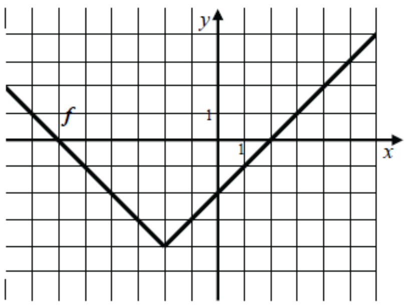
b) Ábrázolja az f függvényt, és jellemezze a következő szempontok szerint: monotonitás, szélsőérték(ek), zérushely(ek), értékkészlet.

12. Az f függvényt a $[-8;\ 6]$-on értelmezzük. Az alábbi ábra f grafikonját mutatja.

a) Adja meg az f függvény zérushelyeit és az értékkészletét! Mekkora a legkisebb felvett függvényérték? Melyik helyen veszi fel a függvény ezt az értéket?

b) Adja meg f függvény hozzárendelésének képletét!

c) Oldja meg a valós számok halmazán az $|x+2|-4=-2$ egyenletet!

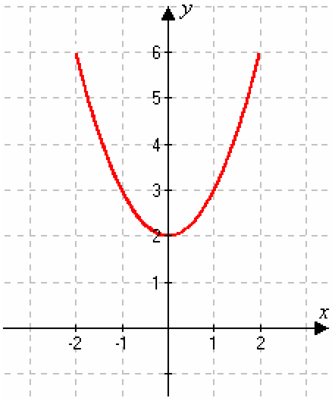


13. a) Fogalmazza meg, hogy az $f: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R},\ f(x) = |x+2| - 1$ függvény grafikonja milyen transzformációkkal származtatható az $f_0: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}, f_0(x) = |x|$ függvény grafikonjából! Ábrázolja az f függvényt a $[-6;\ 6]$ intervallumon!

b) Írja fel az $A(-4;\ 1)$ és $B(5;\ 4)$ pontokon áthaladó egyenes egyenletét! Mely pontokban metszi az AB egyenes az f függvény grafikonját? (Válaszát számítással indokolja!

14. Az ábrán egy $[-2;\ 2]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható.

Válassza ki a felsoroltakból a függvény hozzárendelési szabályát!



A) $x \mapsto x^2 - 2$.
B) $x \mapsto x^2 + 2$.
C) $x \mapsto (x+2)^2$.

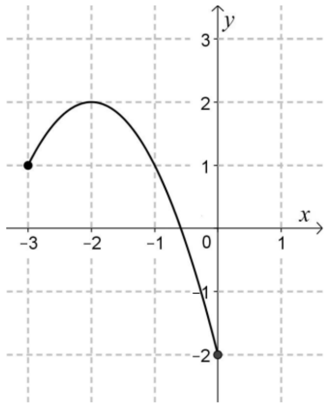
Határozza meg a feladatban megadott, [–2; 2] intervallumon értelmezett függvény értékkészletét!

Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = (x+2)^2 + 4$ függvény.

Adja meg az f függvény minimumának helyét és értékét!

15. Az ábrán a $[-\mathbf{3};\ \mathbf{0}]$ intervallumon értelmezett $\boldsymbol{x \mapsto -(x+2)^2 + 2}$ függvény grafikonja látható.

Adja meg a függvény értékkészletét!



16. A valós számok halmazán értelmezett $\boldsymbol{x \mapsto -(x-1)^2 + 4}$ függvénynek minimuma vagy maximuma van?

Adja meg a szélsőérték helyét és értékét!

17. Az f és g függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint:

$$\boldsymbol{f(x) = (x+1)^2 - 2} \qquad\qquad \boldsymbol{g(x) = -x - 1}$$

a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az f függvényt! (Az ábrán szerepeljen a grafikonnak legalább a $-3{,}5 \le x \le 1$ intervallumhoz tartozó része.)

b) Ábrázolja ugyanabban a koordinátarendszerben a g függvényt!

c) Oldja meg az $(x+1)^2 - 2 \le -x - 1$ egyenlőtlenséget!

18. Adott a valós számok halmazán értelmezett *f* függvény: $\boldsymbol{f: x \mapsto (x-1)^2 - 4}$.

a) Számítsa ki az *f* függvény *x* = – 5 helyen felvett helyettesítési értékét!

b) Ábrázolja az *f* függvényt, és adja meg szélsőértékének helyét és értékét!

19. Ábrázolja az $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x} - 1, x \in [0;\ 9]}$ függvényt!

Melyik x értékhez rendel a függvény nullát?

20. Az $\boldsymbol{f}$ függvényt a 3-tól különböző valós számok halmazán értelmezzük az $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x-3}}$ képlettel.

Melyik valós *x* szám esetén veszi fel az f függvény az $\frac{1}{20}$ értéket?

21.

Ábrázold a következő függvényeket!

$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto -0{,}5x + 2$ és

$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $x \mapsto |-0{,}5x + 2|$

22.

Ábrázold a függvényeket, majd olvasd le a grafikonról, hol veszi fel a függvény a minimumát?

a) $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $f(x) = |4x + 8|$

b) $g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$; $g(x) = |-3x - 3|$

23.

A teljes négyzetté kiegészítés módszerével állapítsd meg, milyen eltolásokkal kapjuk meg a következő függvények grafikonját az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$ függvény grafikonjából!

a) $g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = x^2 + 4x + 5$

b) $h: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $h(x) = x^2 - 6x + 12$

24.

Határozd meg a következő, valós számok halmazán értelmezett függvények szélsőértékét! Melyiknek van maximuma, melyiknek minimuma?

a) $f(x) = (x-2)^2 + 10$

b) $g(x) = x^2 + 10x + 26$

c) $h(x) = -(x-1)^2 + 9$

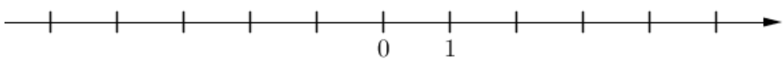
d) $k(x) = -x^2 + 12x + 21$

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Követelmények: elsőfokú egyenletek megoldása (különböző módszerekkel), egyenlőtlenségek megoldása, előjel vizsgálatot igénylő egyenlőtlenségek, abszolútértékes feladatok, egyenletrendszerek megoldása.

Feladatok:

1. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán! $\frac{x-1}{2}+\frac{2x}{5}=4$
2. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán! $7-2\cdot(x+5)=\frac{x+6}{4}+\frac{x+2}{2}$
3. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán! $x^2-(x-1)^2=2$
4. Oldja meg a $7+x<-2\cdot(x-2)$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
5. Melyek azok az egész számok, amelyek mindkét egyenlőtlenséget kielégítik?
   $3-\frac{x}{2}>x$ és $3x+4\geq -3x-8$
6. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget és ábrázolja a megoldáshalmazt számegyenesen! $x-\frac{x-1}{2}>\frac{x-3}{4}-\frac{x-2}{3}$
7. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán: $\frac{3}{4-x}<0$
8. Adja meg, hogy *x* mely egész értékeire lesz a $\frac{7}{2-x}$ kifejezés értéke
   a) – 3,5; b) pozitív szám; c) egész szám!
9. Oldja meg a valós számok halmazán a $\frac{3-x}{7x}<2$ egyenlőtlenséget!
10. Oldja meg a valós számok halmazán az $\frac{x+2}{3-x}\geq 0$ egyenlőtlenséget!
11. Oldja meg a következő egyenletrendszert, ahol x és y valós számot jelöl! $\left.\begin{matrix} x+4y=48 \\ 2x+4y=60 \end{matrix}\right\}$
12. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol x és y valós számot jelöl! $\left.\begin{matrix} 3x+y=16 \\ 5x-2y=45 \end{matrix}\right\}$
13. Melyik $(x;\ y)$ valós számpár megoldása az alábbi egyenletrendszernek? $\left.\begin{matrix} 2x-6y=4 \\ 3x+5y=20 \end{matrix}\right\}$
14. Hány valós gyöke van az $(x-5)(x^2+1)=0$ egyenletnek?
15. Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán! $x^2-25=0$
16. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán: $|x-3|=3x-1$.
17. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a $[-5;5]$ intervallumon! $\frac{4-2x}{x-2}<0$
18. Ábrázolja az alábbi számegyenesen az $|x|<3$ egyenlőtlenség valós megoldásait!



19. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet! $|x-2|=7$
20. Legyen az A halmaz a $\frac{2x+1}{3}-\frac{5-x}{2}\geq x$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza, a B halmaz pedig a $\frac{3-x}{x+5}<0$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza! Adjuk meg az $A\setminus B$ és a $B\setminus A$ halmazokat!

Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Követelmények: másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, másodfokúra visszavezethető problémák, gyöktényezős alak, négyzetgyökös és abszolútértéket tartalmazó egyenletek.

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! Megoldását indokolja!

$$\frac{2}{3}(x^2 - 1) = 10$$

2. Az $x^2 + bx - 10 = 0$ másodfokú egyenlet diszkriminánsa 49.

   Számítsa ki b értékét! Számítását részletezze!

3. Mekkora az $x^2 - 6,5x - 3,5 = 0$ egyenlet valós gyökeinek összege, illetve szorzata? Válaszát indokolja!

4. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

   $(x+2)^2 - 90 = 5 \cdot (0,5x - 17)$

5. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

   $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1$, ahol $x \neq 0$ és $x \neq -2$

6. Oldja meg az alábbi egyenletet! $\sqrt{x+2} = x$.

7. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$x + 4 = \sqrt{4x + 21}$$

8. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\left.\begin{aligned} x \cdot y &= 600 \\ (x-10) \cdot (y+5) &= 600 \end{aligned}\right\}$$

9. Oldja meg az $5x + 5,25 > x^2 + 2x + 3,5$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

10. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

11. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a [–4; 5] intervallumon! $\frac{-4}{2-x} > 0$

    Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{x+5} = x - 7$

12. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

    a) $\frac{1-2(x+1)}{5} + \frac{18-x}{11} = -2$ b) $\sqrt{7-x} = x + 5$

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán! $\frac{x}{x+2} = \frac{8}{(x+2)(x-2)}$

    b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! $\frac{x}{x+2} < 0$

14. Adja meg az alábbi egyenlet megoldásait a valós számok halmazán!

    $|x^2 - 8| = 8$

15. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = 2$$

16. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $x^2 + 2x = 0$

17. Tudjuk, hogy az $x^2 + bx + 10 = 0$ egyenletnek nincs valós megoldása, továbbá azt is tudjuk, hogy b egész szám. Adja meg a b legnagyobb lehetséges értékét! Válaszát indokolja!

18. a) Oldja meg a $\mathbf{7 + x < -2 \cdot (x - 2)}$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

b) Oldja meg az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

c) Legyen az A halmaz a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza, B pedig az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza. Adja meg az $A \cup B$, $A \cap B$ és $B \setminus A$ halmazokat!

19. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{\mathbf{x^2 - 3x + 3}} = \mathbf{1 - 2x}$ egyenletet!

20.

Írd fel a következő kifejezések gyöktényezős alakját!

a) $x^2 + 11x + 24$

b) $5x^2 + x - 6$

21.

Adj meg olyan másodfokú egyenletet, melynek két gyöke:

a) 12 és 21;

b) $-\frac{3}{7}$ és $-\frac{17}{10}$!

22.

Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

a) $2x - 2 > x^2$ **b)** $(2x + 15)^2 + x - 3 \leq 0$

23.

Egy egyenlet gyökei a valós számok halmazán $\frac{1}{2}$ és $\frac{3}{5}$.

a) Írj fel egy ilyen egyenletet!

b) Az egyenlet gyökei nem változnak meg, ha az egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk egy 0-tól különböző valós számmal. Ennek segítségével írj fel olyan egyenletet, melynek gyökei $\frac{1}{2}$ és $\frac{3}{5}$, együtthatói pedig egész számok!

Szöveges feladatok

Követelmények: százalékszámítás, arányok. Elsőfokú és másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása.

1. Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapa 50 éves lesz. Hány éves most Bea?
2. Az erdőgazdaságban háromféle fát nevelnek (fenyő, tölgy, platán) három téglalap elrendezésű parcellában. A tölgyfák parcellájában 4-gyel kevesebb sor van, mint a fenyőfákéban, és minden sorban 5-tel kevesebb fa van, mint ahány fa a fenyő parcella egy sorában áll. 360-nal kevesebb tölgyfa van, mint fenyőfa. A platánok telepítésekor a fenyőkéhez viszonyítva a sorok számát 3-mal, az egy sorban lévő fák számát 2-vel növelték. Így 228-cal több platánfát telepítettek, mint fenyőt.

   a) Hány sor van a fenyők parcellájában? Hány fenyőfa van egy sorban?

   b) Hány platánfát telepítettek?
3. Egy kg alma a szomszédos boltban 120 Ft-ba kerül, míg a piacon 90 Ft az ára. a) A piaci ár hány százaléka a bolti árnak?

   A piac 20 km-re van a lakásunktól. Ha autóval megyünk vásárolni, akkor 1 km út megtétele 21 Ft-ba kerül.

   b) Érdemes-e autóval a piacra menni (csak a költségeket figyelembe véve), ha 10 kg almát veszünk és hazavisszük?

   c) A fenti feltételek mellett mennyi alma vásárlása esetén gazdaságos már autóval a piacra menni?

   d) Egy kiskereskedő egyszerre vásárolt 200 kg almát, kilóját 80 Ft-ért. Az első nap eladott 52 kg-ot, kilóját 120 Ft-ért, a második nap 40 kg-ot, kilóját 110 Ft-ért, a harmadik nap 68 kg-ot, kilóját 100 Ft-ért. Hány forintért adja a maradékot – remélve, hogy mind elfogy –, ha az összes alma eladása után 30% nyereséget akar elérni?
4. Egy kirándulócsoport 8 km-es túrára indult. Már megtették a 8 km 40%-át és még 1200 métert. A tervezett út hány százaléka van még hátra? Számításait részletezze!
5. Egy gazdaságban géppel kaszálják a füves területet. Reggel 7 órakor kezdenek el dolgozni egy olyan géppel, amely 8 óra alatt tudja lekaszálni az egész területet. 10 órakor gyülekezni kezdenek a felhők, ezért a gazdák egy második, az elsővel azonos teljesítményű gépet is munkába állítanak. A gépek folyamatosan dolgoznak.
   Hány órára fejezik be a gépek a teljes terület kaszálását?
6. Egy tört számlálója 119-cel kisebb a nevezőjénél. A tört egyszerűsített alakja $\frac{4}{11}$.
   Határozza meg ezt a törtet!
7. Két társaság a városi állatkertbe látogat. Az egyik társaság 1 felnőtt- és 4 gyerekjegy után 4300 Ft-ot, a másik társaság 2 felnőtt- és 5 gyerekjegy után 6350 Ft-ot fizet a belépésért.
   a) Számítsa ki a felnőtt- és a gyerekjegy árát!
   A jegyekért fizetendő bruttó ár a nettó árnak és az általános forgalmi adónak (áfa) az összege.
   Az áfa a nettó ár 27%-ával egyenlő.
   b) Hány forint a 6350 Ft-os bruttó ár áfatartalma, és a bruttó árnak hány százaléka az áfa összege?

8. Egy 125 férőhelyes szállodában összesen 65 szoba van: egy-, két- és háromágyasak.
Hány háromágyas szoba van a szállodában, ha a kétágyas szobák száma háromszorosa az egyágyas szobák számának?

9. Róbert egy járdaszakaszt egyedül 20 óra alatt burkolna le ezzel a kővel, Sándor ugyanazt a munkát egyedül 30 óra alatt végezné el.
Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak?

10. Anna és Zsuzsi is szeretné megvenni az újságosnál az egyik magazint, de egyik lánynak sincs elegendő pénze. Anna pénzéből hiányzik a magazin árának 12%-a, Zsuzsi pénzéből pedig az ár egyötöde. Ezért elhatározzák, hogy közösen veszik meg a magazint. A vásárlás után összesen 714 Ft-juk maradt.

a) Mennyibe került a magazin, és mennyi pénzük volt a lányoknak külön-külön a vásárlás előtt?

b) A maradék 714 Ft-ot igazságosan akarják elosztani, azaz úgy, hogy a vásárlás előtti és utáni pénzük aránya azonos legyen. Hány forintja maradt Annának, illetve Zsuzsinak az osztozkodás után?

11. A munkavállaló nettó munkabérét a bruttó béréből számítják ki levonások és jóváírások alkalmazásával.
Kovács úr bruttó bére 2010 áprilisában 200000 forint volt.
A 2010-ben érvényes szabályok alapján különböző járulékokra ennek a bruttó bérnek összesen 17%-át vonták le. Ezen felül a bruttó bérből személyi jövedelemadót is levontak, ez a bruttó bér 127%-ának a 17%-a volt. A levonások után megmaradó összeghez hozzáadtak 15 100 forintot adójóváírásként. Az így kapott érték volt Kovács úr nettó bére az adott hónapban.

a) Számítsa ki, hogy Kovács úr bruttó bérének hány százaléka volt a nettó bére az adott hónapban!

Szabó úr nettó bére 2010 áprilisában 173 015 forint volt. Szabó úr fizetésénél a levonásokat ugyanazzal az eljárással számították ki, mint Kovács úr esetében, de ebben a hónapban Szabó úr csak 5980 forint adójóváírást kapott.

b) Hány forint volt Szabó úr bruttó bére az adott hónapban?

12. A *DEF* derékszögű háromszög *DE* befogója 7 cm-rel rövidebb, mint a *DF* befogó.

Az átfogó 2 cm-rel hosszabb, mint a *DF* befogó.

Számítsa ki a *DEF* háromszög oldalainak hosszát!

13. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm-rel, a másik 9 cm-rel rövidebb, mint az átfogó. Mekkorák a háromszög oldalai?

14. Két szám különbsége 12. Ha a kisebbik szám kétszeresével megszorozzuk a nagyobbik számot, akkor az eredmény 266. Melyik ez a két szám?

15. Két valós szám összege 29. Ha az egyikből elveszünk 15-öt, a másikhoz pedig hozzáadunk 15-öt, az így kapott két szám szorzata éppen ötszöröse lesz az eredeti két szám szorzatának. Melyik lehet ez a két szám?

16. Egy érettségi találkozón mindenki mindenkinek adott egy fényképet. Összesen 342 fénykép cserélt gazdát. Hányan voltak jelen a találkozón?

17. A köd miatt az országúton csak lassan lehetett haladni. A 120 km-es úton 24 perccel tovább tartott az út, mint 10 h km -val nagyobb átlagsebesség esetén. Mekkora volt így az átlagsebesség?

Geometriai alapismeretek

Követelmények: alapfogalmak és síkidomok tulajdonságainak ismerete, háromszögek, négyszögek, négyszögek csoportosítása, nevezetes ponthalmazok, nevezetes vonalak, Pitagorasz-tétel és megfordítása, Thalész-tétel és megfordítása, területszámítás.

1. Egy háromszög két oldala 20 egység, illetve 22 egység hosszú.

   Milyen hosszú lehet a háromszög harmadik oldala? Hány ilyen háromszög van, ha azt is tudjuk, hogy a harmadik oldal hossza is egész szám?

2. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

   A) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus négyszög.
   B) A kocka testátlója 45°-os szöget zár be az alaplappal.
   C) A szabályos tizenhétszögben az egyik csúcsból kiinduló összes átló a tizenhétszöget 15 háromszögre bontja.

3. Egy *ABC* háromszög *A* csúcsnál lévő külső szöge 104°-os, *B* csúcsnál lévő belső szöge 74°-os.

   Hány fokos a háromszög *C* csúcsnál lévő külső szöge? Válaszát indokolja!

4. Egy háromlábú asztal lapja fél $\boldsymbol{m^2}$ területű szabályos háromszöglap.

   a) Legalább mekkora az átmérője annak a kör alakú terítőnek, amelyik teljesen lefedi az asztallapot?

   b) Az asztalra olyan kör alakú dísztálat helyezünk, amelyik egyik irányban sem nyúlik túl az asztal peremén. Legfeljebb hány cm lehet a tál átmérője?

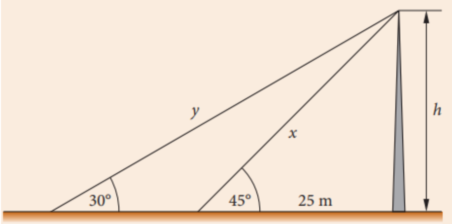
5. Egy kör sugara 3 cm. Számítsa ki ebben a körben a 270 fokos középponti szöghöz tartozó körcikk területét!
   Megoldását részletezze!

6. Egy háromszög oldalainak hossza a = 13 cm, b = 12 cm és c = 5 cm.
   a) Bizonyítsa be, hogy a háromszög derékszögű!
   b) Milyen hosszú az átfogóhoz tartozó súlyvonal?
   c) Bizonyítsa be, hogy az átfogóhoz tartozó magasság $\frac{60}{13}$ cm hosszúságú.

7. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 6 cm, és két szöge 30°-os. a) Mekkora az alaphoz tartozó magassága? b) Mekkora a szárhoz tartozó magassága?

8.

   Milyen magas a torony (h), milyen hosszúak a tartókötelek (x és y), és milyen messze van a toronylábtól a talajon fekvő távolabbi rögzítőpont, ha a közelebbi 25 m-re van?

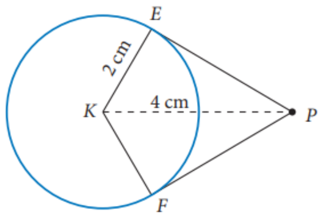


9.

A KP szakasz hossza 4 cm. A P-ből két érintőt húzunk a K középpontú, 2 cm sugarú körhöz, az érintési pontok E és F.

a) Milyen hosszú az EP és az FP érintő szakasz?

b) Mekkora az EF szakasz hossza?



10. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 10 cm és 12 cm. Határozzuk meg, milyen hosszú a háromszög beírható körének sugara!
11. Egy szabályos háromszög súlypontja az egyik csúcstól 2,8 cm távolságra van.
    a) Mekkora a háromszög magassága?
    b) Mekkora a beírható és a köré írható kör sugara?
    c) Mekkora a háromszög oldala?
12. Egy derékszögű háromszög átfogója 65 cm, egyik befogója pedig 56 cm hosszú.
    a) Számítsd ki a középvonalainak hosszát!
    b) Milyen hosszúak a befogókhoz tartozó súlyvonalak?
13. Egy téglalap oldalai 3,9 cm és 8 cm hosszúak. Mekkora a köré írható kör sugara?
14. Egy derékszögű háromszög befogói 6 cm és 8 cm hosszúak.
    a) Milyen hosszúak a befogókhoz tartozó magasságai?
    b) Mekkora a területe?
    c) Milyen hosszú az átfogóhoz tartozó magassága?
15. Egy 2,4 cm sugarú körhöz egy külső P pontból meghúztuk a két érintőt. Az érintők 120°-os szöget zárnak be egymással. Milyen messze van P a kör középpontjától?

Egybevágóság

Követelmények: egybevágósági transzformációk alkalmazásai (tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás), szimmetrikus alakzatok, egybevágó alakzatok, háromszögek egybevágóságának alapesetei, szimmetrikus négyszögek, nevezetes négyszögek területei. A kör kerülete, területe. Középponti szög, körív, körcikk. Sokszögek és a kör.

1. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét! A táblázatban karikázza be a helyes választ!

   A állítás: Minden rombusznak pontosan két szimmetriatengelye van.
   B állítás: Minden rombusznak van két szimmetriatengelye.
   C állítás: Van olyan rombusz, amelynek pontosan két szimmetriatengelye van.
   D állítás: Nincs olyan rombusz, amelynek négy szimmetriatengelye van.

2. Adja meg, hogy az alábbi geometriai transzformációk közül melyek viszik át önmagába az ábrán látható, háromszög alakú (sugárveszélyt jelző) táblát!

A) 60°-os elforgatás a tábla középpontja körül.
B) 120°-os elforgatás a tábla középpontja körül.
C) Középpontos tükrözés a tábla középpontjára.
D) Tengelyes tükrözés a tábla középpontján és a tábla egyik csúcsán átmenő tengelyre.

3. Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik hamis!

A) A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus.
B) Van olyan háromszög, amelynek a súlypontja és a magasságpontja egybeesik.
C) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus.

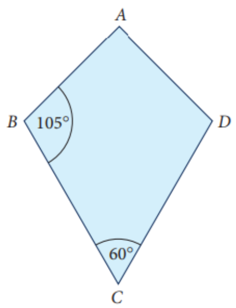
4. Az *ABC* háromszög szögeinek nagysága: $\alpha=55°$, $\beta=65°$.
A háromszög *A*, illetve *B* csúcsához tartozó magasságvonalainak metszéspontját jelölje *M*. Az *M* pontot az *AB* oldal egyenesére tükrözve az *M'* pontot kapjuk. Határozza meg az *AM'BC* négyszög belső szögeinek nagyságát!

5. Egy húrtrapéz egyik alapjának hossza 7 cm, ezen az alapon fekvő szögei 60°-osak. A szárai 4 cm-esek. a) Számítsa ki a másik alap hosszát! b) Számítsa ki a trapéz területét!

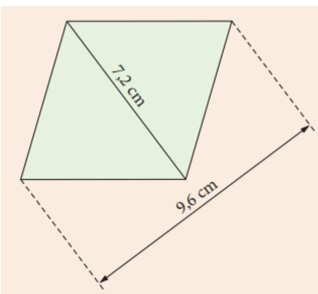
6. Egy rombusz egyik oldala 14 cm hosszú, egyik szöge 120°-os. a) Milyen hosszú a hosszabbik átlója? b) Mekkora a területe?

7. Egy téglalap szomszédos oldalainak hossza 12 cm és 16 cm. Mekkora a téglalap körülírt körének sugara?

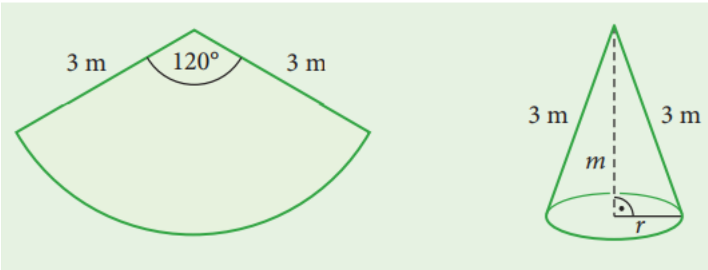
8. Egy deltoid két szöge 105°-os, egyik szöge 60°-os. Hosszabb oldalai 10 cm hosszúak. a) Milyen hosszúak az átlói? b) Mekkora a területe? c) Milyen hosszú a két rövidebb oldal?



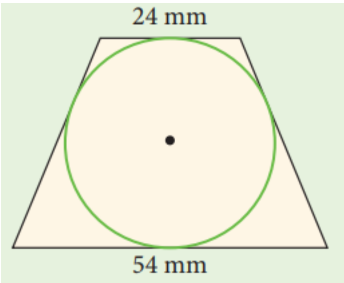
9. Egy rombusz rövidebb átlója 7,2 cm, hosszabb átlója 9,6 cm hosszú. Számítsd ki a rombusz kerületét és területét!



10. Oldd meg a következő feladatokat! Készíts vázlatot a körcikkekről! a) Mekkora a 12 cm sugarú körben annak a körívnek a hossza és körcikknek a területe, amelynek a középponti szöge 107°? b) Mekkora a 181,5 mm ívhosszúságú, 200°-os középponti szögű körcikk területe? c) Mekkora a 10 m sugarú körben a 10 m ívhosszúságú körcikk középponti szöge és területe?
11. Egy 12 cm átmérőjű kör két egymással párhuzamos húrjának hossza 6 cm és 6 2 cm. a) Határozd meg a körív azon darabjainak hosszát, melyet a két húr végpontja hoz létre a körvonalon! b) Határozd meg a körlap két húr közé eső darabjának a területét!
12. Körcikk alakú ponyvából sátrat formázunk. a) Mekkora körív tartozik a ponyvához? b) Mekkora lesz a sátor alaplapjának sugara, ha tudjuk, hogy az alaplap egy olyan kör, melynek kerülete megegyezik a körcikk ívhosszával? c) Milyen magas lesz a sátor?



13. Mekkora a rombuszba írt körnek a sugara, ha a rombusz átlóinak hossza 10 cm és 24 cm?
14. Határozd meg a 7 cm oldalhosszúságú négyzetből kivágható legnagyobb sugarú kör kerületét és területét.
15. Egy húrtrapéz alapjainak a hosszúsága 24 mm és 54 mm. A trapéznak mind a négy oldala érinti a zöld kört.



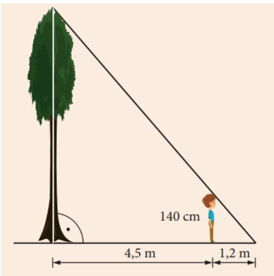
a) Mekkorák a trapéz csúcsaiból a körhöz húzott érintőszakaszok? b) Mekkorák a trapéz szárai? c) Mekkora a trapéz magassága? d) Mekkora a zöld kör sugara?
16. Hány átlója van egy olyan konvex sokszögnek, melyben a belső szögek összege 2160°?
17. Mennyi a belső szögek összege egy olyan konvex sokszögben, melyben az átlók száma 27?
18. Mekkora a 24 cm kerületű szabályos a) háromszög; b) négyszög; c) hatszög; köré írt kör sugara?
19. Egy R >8 egység sugarú körben a 2R - 2 egység hosszúságú húr a kör középpontjától R - 8 egység távolságra van. Számold ki a kör kerületét és területét!
20. Egy 8 cm oldalú rombusz egyik szöge 60°-os. a) Mekkora a rombusz területe? b) Mekkora a rombusz beírt körének sugara?

Hasonlóság

Követelmények: középpontos hasonlóság, középpontos nagyítás, kicsinyítés. Hasonlóság. Háromszögek hasonlósága. Háromszög középvonalai és súlyvonalai.

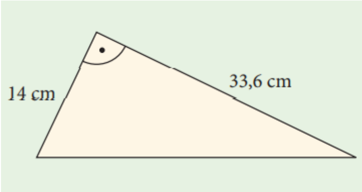
1. Két gömb sugarának aránya 2:1. A nagyobb gömb térfogata *k*-szorosa a kisebb gömb térfogatának. Adja meg *k* értékét!
2. Két négyzet kerülete úgy aránylik egymáshoz, mint 1:4. A kisebb négyzet területe $25\ cm^2$.

   Adja meg a nagyobb négyzet területének értékét! Válaszát indokolja!
3. Az *ABC* háromszög oldalainak hossza 3 cm, 5 cm és 7 cm. Egy *ABC* háromszöghöz hasonló *A'B'C'* háromszög kerülete 60 cm. Milyen hosszú az *A'B'C'* háromszög leghosszabb oldala?
4. Egy háromszög oldalainak hossza 8 cm, 12 cm és 16 cm. Egy hozzá hasonló háromszög leghosszabb oldala 40 cm. Milyen hosszú a háromszög hiányzó két oldala? Mekkora a két háromszög kerületének, illetve területének aránya?
5. Nagyíts középpontosan egy négyzetet, a nagyítás aránya legyen 2! Mennyi a nagyított és az eredeti négyzet kerületének aránya, és mennyi a területük aránya?
6. Vegyél fel a füzetedben egy 8 cm oldalú szabályos háromszöget! Kicsinyítsd az egyik oldalfelező pontjából úgy, hogy a kicsinyítés aránya 0,5 legyen! Számold ki a kicsinyített és az eredeti háromszög kerületét, területét, majd határozd meg a kerületek arányát és a területek arányát is!
7. Egy háromszög oldalainak hosszúsága 12 cm, 15 cm és 16 cm. Egy ahhoz hasonló másik háromszög egyik oldala 10 cm-es. a) Mennyi lehet a hasonlóság aránya? b) Mekkora lehet a másik háromszög többi oldala?
8. Egy háromszög oldalainak hosszúsága 10 cm, 10 cm és 12 cm. Egy ahhoz hasonló másik háromszögnek a) a kerülete 16 dm; b) a területe 12 cm2 . Mekkorák a másik háromszög oldalai?
9. A 160 cm magas Panni egy fa árnyékának vonalában úgy áll meg a fától 4,5 méterre, hogy az árnyéka még éppen befér a fa árnyékába. (Ha egy kicsit is előre lépne, akkor árnyéka már kilógna a fa árnyékából.) Milyen magas a fa, ha tudjuk, hogy az árnyékának vége éppen 1,2 méterre van Pannitól?

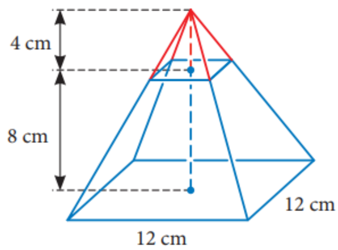
   

10. a) Milyen méretarányú az a térkép, mely a valóságbeli 4,5 km hosszúságú utat 225 mm hoszszúságú szakasszal jelzi? b) Mekkora a 900 m2 -es telek területe az 1 : 300 méretarányú tervrajzon?

11. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 14 cm és 33,6 cm. a) Mekkorák a háromszög középvonalai? b) Mekkora az átfogóhoz tartozó súlyvonal hossza? c) Mekkora a befogókhoz tartozó súlyvonalak hossza? d) Mekkora távolságra van a háromszög súlypontja a háromszög csúcsaitól?



12. a) Mekkora távolságra van a 3,8 cm oldalú szabályos háromszög súlypontja a háromszög csúcsaitól? b) Mekkora távolságra van a 4,5 cm befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög súlypontja a háromszög oldalaitól?
13. Egy szabályos gúla alaplapja 12 cm-es oldalú négyzet, a gúla magassága is 12 cm. A magasság felső harmadolópontján átmenő, az alaplappal párhuzamos síkkal két részre vágjuk a gúlát.



a) Mekkora a keletkezett kis gúla alapélének hossza?

b) Mekkora a kis gúla és a nagy gúla alapterületének aránya?
14. Döntsd el az alábbi állításokról hogy melyik igaz, melyik hamis!

a) Két szabályos háromszög mindig hasonló egymáshoz.

b) Két húrtrapéz hasonló, ha megegyeznek szögeik nagyságában.

c) Ha egy középpontos hasonlóság aránya 1,5, akkor az eredeti alakzat képének a kapott alakzat kicsinyített mása.

d) Két paralelogramma mindig hasonló.

e) Két derékszögű háromszög mindig hasonló egymáshoz.

f) Két háromszög hasonló, ha megegyeznek két oldalhossz arányában és egy szögük nagyságában.

g) Két négyzet mindig hasonló egymáshoz.
15. Egy kocka felszíne 121,5 cm2 . Egy másik kocka térfogata 216 cm3 . Mekkora a két kocka hasonlóságának aránya?
16. Az ABC derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm, átfogója 17 cm hosszú.

a) Számítsd ki a háromszög 17 cm-es oldalához tartozó magasságának hosszát!

b) Hány cm2 a háromszög körülírt körének területe?

A DEF háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, és az átfogója 13,6 cm hosszú.

c) Hány százaléka a DEF háromszög területe az ABC háromszög területének?
17. Egy tervrajzon a ház alaprajza 190 cm2 területű.

A valóságban ugyanez az alapterület 142 m2 .

a) Mekkora a tervrajzon az a szoba, amely a valóságban 18 m2 alapterületű?

b) Milyen széles a valóságban az az ablak, amely a tervrajzon 1,3 cm széles?

c) Hányszoros kicsinyítése a tervrajz a valóságnak?